Aufgaben Radialkraft

132. Eine Waschmaschine schleudert mit 800 Umdrehungen pro Minute die Wäsche in einer Trommel vom Radius 26 cm. Mit welcher Kraft wird dabei ein Wassertropfen der Masse 1 g nach außen gedrückt? Welche Masse besitzt dieselbe Gewichtskraft?

831. Ein Auto mit 1 t Massen will bei nasser Fahrbahn (Haftreibungszahl 0,5) eine Kurve mit 25 m Radius durchfahren.
a) Wie groß ist die maximal zulässige Geschwindigkeit in km/h?
b) Wie ändert sich die Geschwindigkeit, wenn das Auto schwerer ist?

578. Zur Vorbereitung auf Raumflüge trainieren Raumfahrer mit Hilfe großer Zentrifugen. Hier setzen sie sich durch Rotation einem sehr starken Andruck aus. Im Kosmonautenzentrum bei Moskau sitzen die Testpersonen etwa 9 m vom Drehpunkt der Zentrifuge entfernt in einer Kabine. Mit welcher Umdrehungszahl muss diese rotieren, damit ein Andruck von 8 g (das Achtfache der Fallbeschleunigung auf der Erde) entsteht. Die Schwerkraft der Erde kann hierbei vernachlässigt werden.

509. Bei einem Kettenkarussell auf der Kirmes sind die Ketten am Dach des Karussells in einem Abstand von 5m von der Drehachse befestigt. Der Schwerpunkt der Mitfahrer befindet sich in der Ruhe vor dem Start 4m unterhalb dieser Befestigung. Bei gleichmäßiger Fahrt werden die Sitze an Ihren Ketten nach außen ausgelenkt, so dass die Mitfahrer einen Kreis mit größerem Radius beschreiben.
a) Zeichnen Sie ein Vektordiagramm (nicht maßstäblich) aller während der Fahrt auf einen Mitfahrer wirkenden Kräfte. (Momentaufnahme mit zugehörigen Bezeichnungen). Welche Beziehung muss zwischen diesen Vektoren bestehen?
b) Bei welcher Umlaufzeit sind die Ketten gegen die Vertikale um 40 Grad nach außen geneigt?
c) Wie Groß ist bei dieser Drehzahl die Zentrifugalkraft auf einen Mitfahrer der Masse 70 kg?
d) Welche Kraft verspürt er in seiner Sitzfläche?

127. Eine Achterbahn soll eine Loopingkurve durchfahren. Sie durchfährt den höchsten Punkt des Kreises mit der Geschwindigkeit 50 km/h. Wie groß darf der Radius der Kreisbahn höchstens sein?

809. Auf einer Bobbahn durchfährt ein Viererbob einen 360°-Kreisel von 30-m-Radius mit einer Geschwindigkeit von 75 km/h.
Erklären Sie, warum die Bahn für ein sicheres Durchfahren geneigt sein muss.
Leiten Sie die Gleichung für die Bahnneigung her.
Welche Neigung muss die Bahn haben, damit die Bobfahrer ohne seitliches Rutschen durch den Kreisel kommen?

Lösungen
132.

geg.:	$n = 800\,\text{min}^{-1} = 13{,}3\,\text{s}^{-1}$ $r = 0{,}26\,\text{m}$ $m_0 = 1 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}$	ges.:	F_r m_1
Lösung:	Der Wassertropfen macht in der Trommel eine Kreisbewegung. Dazu ist die Radialkraft notwendig, die durch die Trommelwand aufgebracht wird. Ist die Wand durchlässig, hat also Löcher, kann die Wand dort die Radialkraft nicht aufbringen und der Tropfen verlässt auf Grund seiner Trägheit die Trommel. Der Tropfen selber spürt die Fliehkraft, die ihn nach außen zieht. Diese Kraft ist vom Betrag her der genau so groß wie die Radialkraft. $F_r = \frac{m_0 \cdot v^2}{r}$ Über die Geschwindigkeit muss noch eine Aussage gemacht werden. Es gilt für die gleichförmige Kreisbewegung: $v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot n$ Eingesetzt: $F_r = \frac{m_0 \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r^2 \cdot n^2}{r}$ $F_r = m_0 \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r \cdot n^2$ $F_r = 1 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}26\,\text{m} \cdot 13{,}3^2 \cdot \text{s}^{-2}$ $F_r = 1{,}82\,\text{N}$ Die dazu entsprechende Masse: $F_G = m_1 \cdot g$ $m_1 = \frac{F_G}{g}$ $m_1 = \frac{1{,}82\,\text{N}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$ $m_1 = 0{,}185\,\text{kg}$ $m_1 = 185\,\text{g}$		
Antwort:	Der Tropfen wird mit einer Kraft von 1,82 N nach außen gedrückt. Das entspricht einer Masse von 185 g (dem 185 fachen seiner Ruhemasse!)		

831.

geg.:	$m = 1t = 1 \cdot 10^3\,kg$ $\mu = 0{,}5$ $r = 25\,m$	ges.:	v
Lösung:	Damit das Auto die Kurve durchfahren kann, muss die Reibung die Radialkraft aufbringen. Die Radialkraft ist $F_R = \frac{m \cdot v^2}{r}$ Die Gleichung wird nach der gesuchten Geschwindigkeit umgestellt: $v = \sqrt{\frac{F_R \cdot r}{m}}$ Die Radialkraft ergibt sich aus der Reibungskraft: $F_R = F_N \cdot \mu$ Da keine Kurvenneigung da ist, ist die Normalkraft gleich der Gewichtskraft: $F_R = F_G \cdot \mu$ $F_R = m \cdot g \cdot \mu$ Diese Gleichung wird eingesetzt: $v = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot \mu \cdot r}{m}}$ $v = \sqrt{g \cdot \mu \cdot r}$ Die Masse spielt keine Rolle! $v = \sqrt{9.81\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}5 \cdot 25\,m}$ $v = 11{,}1\frac{m}{s}$ $v = 40\frac{km}{h}$		
Antwort:	Das Auto darf mit maximal 40 km/h fahren.		

578.

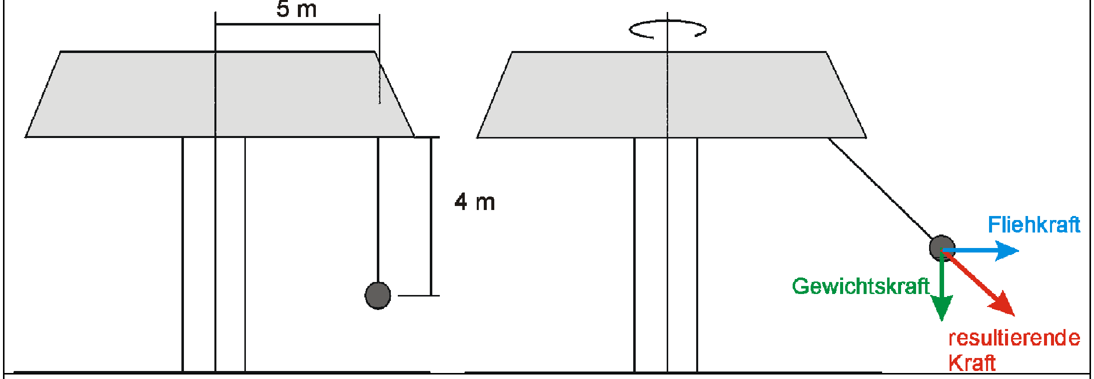
geg.:	$a = 8g$ $r = 9m$	ges.:	N

Lösung:	Wenn die Testperson in der Kabine sitzt, beschreibt sie eine Kreisbewegung. Damit ein Körper eine Kreisbewegung machen kann, muss auf ihn eine Kraft wirken, die Radialkraft. Diese wird hier von der Kabinenwand aufgebracht, an die der Kosmonaut auf Grund seiner Trägheit gedrückt wird. Die Kraft, die er spürt ist genau so groß wir die Radialkraft: $F_R = \frac{m \cdot v^2}{r}$ Diese kann man mit der allgemeinen Gleichung für die Kraft (Newtonsches Grundgesetz) gleichsetzten: $m \cdot a = \frac{m \cdot v^2}{r}$ Da sich die Masse rauskürzt, spielt sie keine Rolle. $a = \frac{v^2}{r}$ Das a ist die Beschleunigung, die der Kosmonaut spürt und die soll ja 8g groß sein. Damit kann die Geschwindigkeit berechnet werden: $8g = \frac{v^2}{r}$ $v = \sqrt{8 \cdot g \cdot r}$ $v = \sqrt{8 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 9m}$ $v = 26{,}6 \frac{m}{s}$ $v = 95{,}7 \frac{km}{h}$ Das ist aber noch nicht die gesuchte Größe. Die lässt sich jetzt aber schnell berechnen, denn es gilt: $n = \frac{v}{2\pi \cdot r}$ $n = \frac{26{,}6 \frac{m}{s}}{2 \cdot \pi \cdot 9m}$ $n = 0{,}47 s^{-1}$ $n = 28 min^{-1}$
Antwort:	Die Zentrifuge muss sich etwa 28 mal in der Minute drehen, um diesen Andruck zu erzeugen.

509.

geg.:		ges.:	

Lösung:

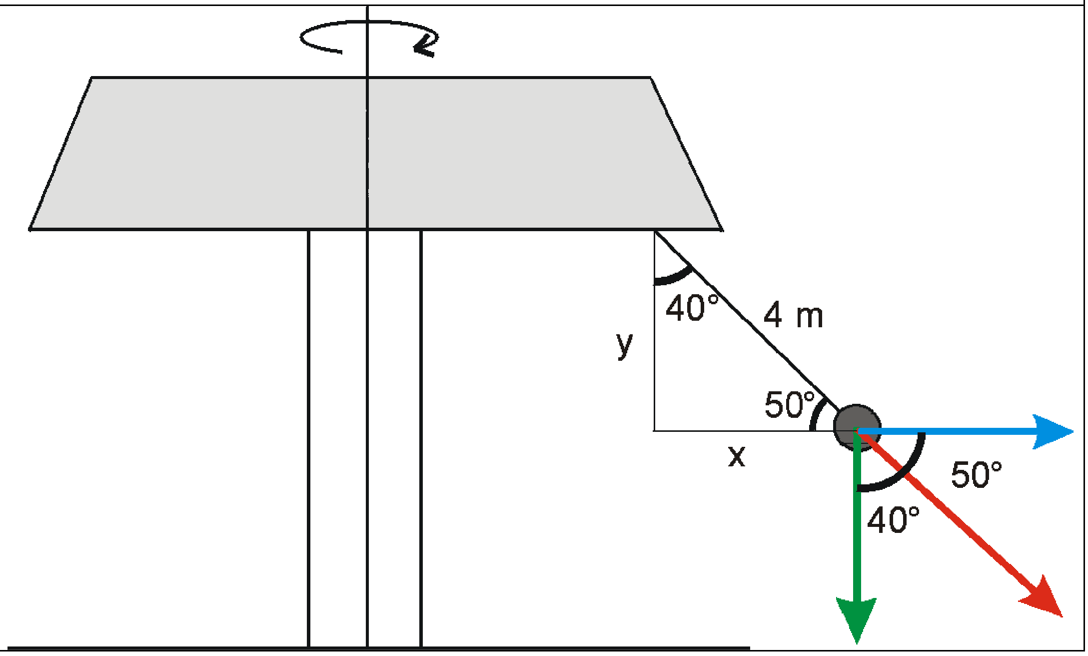


a) Bewegt sich das Karussell mit gleichmäßiger Fahrt, bleibt der Betrag der Geschwindigkeit konstant. Damit wirkt auch keine Kraft in Fahrtrichtung.
Es wirken zwei Kräfte: die Gewichtskraft nach unten und die Fliehkraft senkrecht zur Drehachse des Karussells. Die Fliehkraft ist eine Trägheitskraft (Scheinkraft). Sie ist genau so groß wie die Radialkraft, wirkt aber nach außen.
Es stellt sich eine solche Lage ein, dass die resultierende Kraft genau in einer Linie zur Aufhängung wirkt. Das heißt, aus Gewichtskraft und Fliehkraft ergibt sich ein Parallelgramm (hier Rechteck), dessen Diagonale die Verlängerung der Aufhängung ist.

b) Die Umlaufzeit ergibt sich aus der notwendigen Fliehkraft, um die Ketten um 40° gegen die Vertikale zu neigen.
Die Fliehkraft = Radialkraft berechnet sich:

$$F_R = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Dabei ist r der Abstand von der Drehachse, der aber jetzt größer ist als die 5 m. In der Skizze ist es die Strecke x.



	Es ist zu erkennen, wie sich x errechnet: $\cos 50° = \frac{x}{4\,m}$ $x = \cos 50° \cdot 4\,m$ $x = 2{,}6\,m$ Damit ist die Gondel 7,6 m von der Drehachse entfernt. Die resultierende Kraft ist die Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck mit der Radialkraft und der Gewichtskraft als Katheten. Zwischen den beiden Katheten besteht der Zusammenhang: $\tan 40° = \frac{F_R}{F_G}$ $\tan 40° = \frac{m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot r}$ $\tan 40° = \frac{v^2}{g \cdot r}$ Die Geschwindigkeit bei der Kreisbewegung ist: $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$ T ist die gesuchte Größe, die Umlaufzeit. Einsetzen und umstellen: $\tan 40° = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2 \cdot g \cdot r}$ $\tan 40° = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2 \cdot g}$ $T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{\tan 40° \cdot g}}$ $T = 6\,s$ c) Die Zentrifugalkraft ist genau so groß wie die Radialkraft, also: $F_R = \frac{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2 \cdot r}$ $F_R = \frac{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2}$ $F_R = 583{,}4\,N$ d) Zur Berechnung der resultierenden Kraft verwendet man den Satz des Pythagoras: $F = \sqrt{F_R^2 + F_g^2}$ $F = 901\,N$

127.

geg.:	$v = 50\,\frac{km}{h}$	ges.:	r
Lösung:	Damit die Achterbahn den obersten Punkt einer Loopingbahn durchlaufen kann ohne runter zu fallen, muss die Zentrifugalkraft mindestens genau so groß wie die Gewichtskraft sein. Ist sie zu klein, überwiegt die Gewichtskraft nach unten und der Wagen kann den Looping nicht durchfahren. Ist sie größer, ist das nicht schlimm. Die Leute werden dann stärker in den Wagen hineingedrückt. Es gilt also: $F_G = F_R$ $m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r}$ $g = \frac{v^2}{r}$ $r = \frac{v^2}{g}$ $r = \frac{\left(13{,}9\,\frac{m}{s}\right)^2}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}$ $r = 19{,}7\,m$		
Antwort:	Der Radius der Bahn darf nicht größer als 19,7 m sein.		

809.

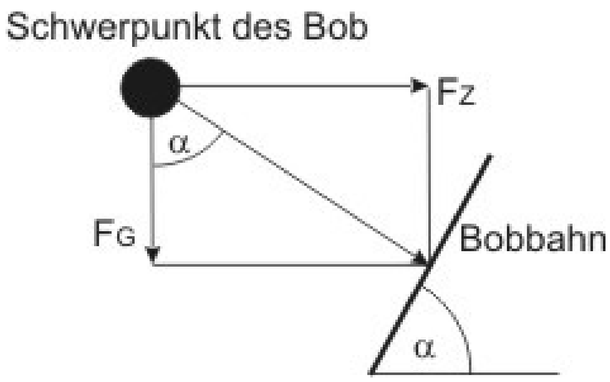
a) Damit der Bob durch die Kurve fahren kann, muss eine Radialkraft zum Mittelpunkt des Kreisels wirken. Auf Grund der Trägheit spürt der Bob selber eine nach außen ziehende Kraft.
Die Radialkraft kann durch die Reibung zwischen den Kufen des Bob und der Eisbahn aufgebracht werden. Diese ist aber sehr klein, so dass sie praktisch vernachlässigt werden kann.
Die Kraft wird durch die Neigung der Bahn aufgebracht.
Die Bahn muss so geneigt sein, dass für den Bob die resultierende Kraft aus der nach außen ziehenden Zentrifugalkraft und der nach unten ziehenden Gewichtskraft senkrecht auf der Bahn steht. Damit ist ein Abweichen nach außen oder innen nicht möglich.

Der Neigungswinkel taucht zwischen der Bobbahn und dem Erdboden und noch einmal zwischen der resultierenden Kraft und der Gewichtskraft auf.
Es gilt dann:

$$\tan\alpha = \frac{F_Z}{F_G}$$

$$\tan\alpha = \frac{m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot r}$$

$$\tan\alpha = \frac{v^2}{g \cdot r}$$



Damit lässt sich der Neigungswinkel berechnen:

$$\tan\alpha = \frac{\left(20{,}83\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 30\,\mathrm{m}}$$

$$\alpha = 55°$$