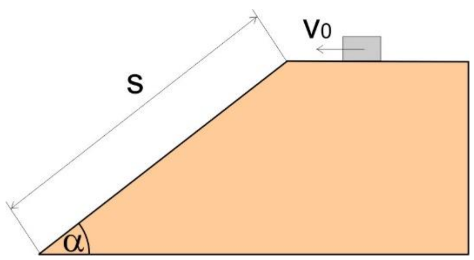
Aufgaben zur Reibung

948. Ein LKW (m=7,5t) fährt auf horizontaler Straße mit einer Geschwindigkeit von 70 km/h. Vor der Rast lässt der Fahrer den LKW ausrollen. Die Fahrwiderstandszahl (Rollwiderstandszahl + Luftwiderstandszahl) des LKW beträgt im Durchschnitt $\mu=0{,}11$.
a) Welchen Weg legt der LKW noch bis zum Stillstand zurück?
b) Und um welchen Faktor ändert sich der Ausrollweg, wenn (1) die Masse des LKW verdoppelt wird, und (2) die Geschwindigkeit des LKW halbiert wird.

631. Ein PKW kommt mit 72 km/h durch eine Waldkurve gefahren. Der Fahrer sieht in 30 m Entfernung einen umgestürzten Baum quer auf der Straße liegen. Er benötigt 0,3s Reaktionszeit und bremst dann.
a) Berechnen Sie die notwendige Haftreibungszahl, um das Fahrzeug noch vor dem Baum zum Stehen zu bringen.
b) Zu allem Übel hat es geregnet, so dass die Reibungszahl auf 0,3 sinkt. Mit welcher Geschwindigkeit prallt das Auto auf den Baum. Wie viel Prozent seiner ursprünglichen Bewegungsenergie hat das Auto beim Aufprall?

1008. Beim Rangieren rollt ein Güterwagen mit der Masse von 45 t einen 35 m langen, um 3° geneigten Ablaufberg hinab. Am Anfang des Berges hat der Wagen bereits eine Geschwindigkeit von 1,2 m/s.
a) Zeigen Sie, dass der Wagen danach auf einer horizontalen Strecke etwa 920 m rollt, wenn die Reibungszahl 0,002 beträgt!
b) Nach 100 m stößt er jedoch auf einen ruhenden Wagen gleicher Masse. Mit welcher gemeinsamen Geschwindigkeit bewegen sich die beiden Wagen weiter, wenn sie durch eine Kupplung verbunden werden?
c) Nach weiteren 75 m treffen die Wagen auf einen Prellbock, dessen zwei Pufferfedern jeweils eine Federkonstante von $2\cdot 10^6\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ besitzen. Wie weit werden die Federn zusammengedrückt?
d) Die Reibungszahl 0,002 lässt auf eine ausgesprochen kleine Reibung schließen. Lösen Sie deshalb die Aufgaben b) und c) ohne Berücksichtigung der Reibung.
Beurteilen Sie, ob man die Reibung wirklich vernachlässigen kann.

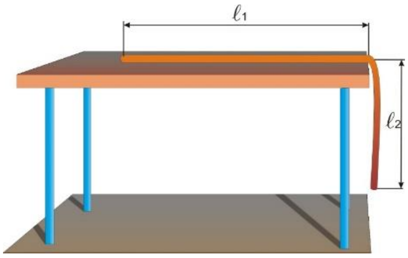
1005. Ein Körper mit 55g Masse gleitet eine 80 cm lange schiefe Ebene hinunter. Am oberen Anfang der Ebene hat er eine Anfangsgeschwindigkeit von $1{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Die Ebene ist 30° geneigt.



a) Zunächst wird die Reibung vernachlässigt! Nach welcher Strecke auf der geneigten Ebene hat der Körper seine Geschwindigkeit verdoppelt? Welche Geschwindigkeit hat er am Ende der Ebene?

b) Die Reibung ist nun nicht mehr zu vernachlässigen! Bei welcher Reibungszahl gleitet der Körper ohne Änderung seiner Geschwindigkeit die Ebene hinunter?
c) Weisen Sie nach, dass der Körper bei einer Reibungszahl von 0,28 am Ende der Ebene eine Geschwindigkeit von etwa $2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ hat.
d) Zeichnen Sie für den Weg auf der geneigten Ebene die Graphen $E_{pot}(s)$ und $E_{kin}(s)$ in ein Diagramm. Verwenden Sie für jede Energieform eine andere Farbe.

930. Auf einem Tisch liegt ein Seil der Länge ℓ. Ein Ende des Seils hängt über die Tischkante. Zwischen dem Seil und dem Tisch wirkt eine Haftreibungskraft mit der Haftreibungszahl μ_H.



a) Zeigen Sie, dass das Seil vom Tisch rutscht, wenn gilt:

$$\mu_H < \frac{\ell_2}{\ell_1}$$

b) Das Seil hängt 41 cm vom Tisch runter und die Haftreibungszahl ist 0,8. Wie lang muss das Seil insgesamt sein, damit es nicht alleine vom Tisch rutscht? (zur Kontrolle: 91 cm)

c) Wenn das Seil selber vom Tisch rutscht, wirkt zwischen Seil und Tischoberfläche die Gleitreibung mit der Gleitreibungszahl μ_G. Begründen Sie, dass diese Bewegung eine nicht gleichmäßig beschleunigte Bewegung ist.

d) Geben Sie eine Gleichung für die Anfangsbeschleunigung der Bewegung an.

e) Berechnen Sie die Anfangsbeschleunigung.

f) Für das weitere Rutschen des Seiles können die die Beschleunigung, die Geschwindigkeit und die überhängende Seillänge stückweise in kleinen Zeitschritten Δt berechnet werden. Es gelten die Formeln

$$a_{n+1} = \frac{g \cdot \left(\ell_{2|n} - \mu_G \cdot \left(\ell - \ell_{2|n}\right)\right)}{\ell}$$

$$v_{n+1} = a_n \cdot \Delta t + v_n$$

$$\ell_{2|n+1} = \frac{a_n}{2} \cdot \Delta t^2 + v_n \cdot \Delta t + \ell_{2|n}$$

$$t_{n+1} = t_n + \Delta t$$

Stellen Sie in einer Tabellenkalkulation die zeitliche Entwicklung der Beschleunigung, der Geschwindigkeit und der überhängenden Seillänge von 0 bis 1,3 s dar. Wählen Sie den Zeitschritt selbst.

Warum ist eine weitere Betrachtung über die 1,3 s nicht sinnvoll?

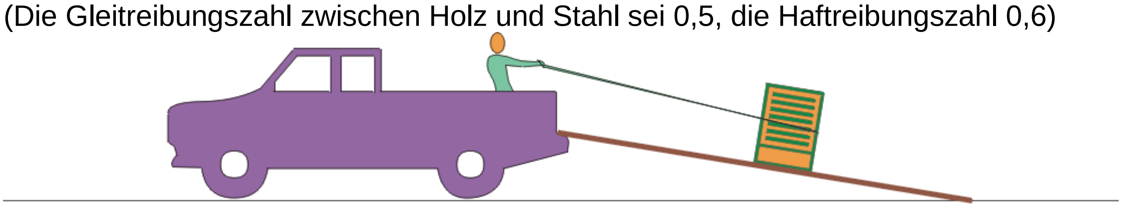
498. Über ein kräftiges Holzbrett soll ein Heizkessel aus Stahl auf einen LKW gezogen werden. Das Brett ist 4 m lang, die LKW-Pritsche befindet sich 1,0 m über dem Erdboden. Der Heizkessel hat eine Masse von 60 kg.

a) Welche Kraft ist notwendig, um den Kessel mit gleichförmiger Geschwindigkeit das Brett hinaufzuziehen?

b) Würde der Kessel wieder herunter rutschen, wenn die Person das Seil loslässt?

c) Bei welcher Höhe der LKW-Pritsche würde der Kessel beim Loslassen gerade noch auf dem Brett stehen bleiben?

(Die Gleitreibungszahl zwischen Holz und Stahl sei 0,5, die Haftreibungszahl 0,6)



Lösungen
948.

geg.:	$m = 7{,}5 \cdot 10^3\,\text{kg}$ $v = 70\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 19{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\mu = 0{,}11$	ges.:	s
Lösung:	Den gesuchten Weg findet man über eine Energiebetrachtung. Der LKW hat zum Beginn des Rollens kinetische Energie. Diese Energie wird bis zum Stillstand komplett in über Reibungsarbeit in Wärmeenergie umgewandelt. Die kinetische Energie ist $E_{kin} = \frac{m}{2} \cdot v^2$ und die Reibungsarbeit $W_R = F_N \cdot s \cdot \mu$ Dabei ist F_N die Kraft mit der der LKW auf die Unterlage drückt (Normalkraft). Da das Ausrollen auf einer horizontalen Straße erfolgt (kein Berg!), ist die Normalkraft genau so groß wie die Gewichtskraft des LKW. Die kinetische Energie wird also komplett durch Reibungsarbeit abgebaut. Das heißt, man kann schreiben: $E_{kin} = W_R$ $\frac{m}{2} \cdot v^2 = F_N \cdot s \cdot \mu$ $\frac{m}{2} \cdot v^2 = m \cdot g \cdot s \cdot \mu$ Wie man sieht, kürzt sich die Masse raus: $\frac{1}{2} v^2 = g \cdot s \cdot \mu$ In dieser Gleichung ist s der gesuchte Weg, nach dem umgestellt wird $\frac{1}{2} v^2 = g \cdot s \cdot \mu$ $s = \frac{1}{2 \cdot g \cdot \mu} v^2$ Damit kann der gesuchte Weg berechnet werden: $s = \frac{1}{2 \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}11} \left(19{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$ $s = 174{,}4\,\text{m}$ b) (1) Wenn die Masse des LKW doppelt so groß ist, ändert sich nichts. Die Masse spielt bei der Berechnung des Anhalteweges keine Rolle. Zwar hat ein schwererer LKW mehr kinetische Energie, aber die Reibungskraft wächst im gleichen Maße. (2) Kommt der LKW nur mit der halben Geschwindigkeit an, reduziert sich der Weg auf ein Viertel. Die Geschwindigkeit geht quadratisch in die Gleichung ein. Die Halbierung der Geschwindigkeit viertelt die kinetische Energie, die dann in Reibungsarbeit umgewandelt wird.		
Antwort:	Der LKW rollt noch 174,4 m. Wäre er doppelt so schwer, würde er genau so weit rollen. Käme er mit der halben Geschwindigkeit an, würde er nur ein Viertel des Weges Ausrollen.		

631.

geg.:	$v = 72\,\frac{km}{h} = 20\,\frac{m}{s}$ $s = 30\,m$ $t_R = 0{,}3\,s$	ges.:	µ
Lösung:	a) Durch die Reaktionszeit von 0,3 s verkürzt sich der eigentliche Bremsweg. $v = \frac{s}{t}$ $s = v \cdot t$ $s = 20\,\frac{m}{s} \cdot 0{,}3\,s$ $s = 6\,m$ Damit verkürzt sich der eigentliche Bremsweg auf 24 m. Um das Auto nun auf dieser Strecke zum Halten zu bringen, muss eine bestimmte negative Beschleunigung (Bremsbeschleunigung) erreicht werden. Diese Beschleunigung wird nach dem Grundgesetz der Mechanik durch eine Kraft, der Bremskraft, aufgebracht. Die Bremskraft wirkt vom Auto über Reibung auf die Straße, die nach dem Wechselwirkungsgesetz die gleich große Gegenkraft aufbringen muss. Ist die Reibungszahl zu klein, kann sie das nicht und das Auto rutscht. Dadurch wird aber die geforderte Beschleunigung nicht erreicht und das Auto kommt nicht zum Stillstand. Aber so weit sind wir noch nicht. Zuerst die Beschleunigung. Es gilt: $v = a \cdot t$ und $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ Durch Umstellen und Einsetzen erhält man $a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$ $a = \frac{\left(20\,\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 24\,m}$ $a = 8{,}3\,\frac{m}{s^2}$ Diese Beschleunigung wird durch die Bremskraft erreicht. Es gilt: $F = m \cdot a$ Die Bremskraft wiederum wird durch die Reibungskraft zwischen Reifen und Straße aufgebracht. Für die Reibungskraft gilt: $F = \mu \cdot F_N$ F_N ist die Normalkraft, also die Kraft, mit der ein Körper auf seine Unterlage (Straße) drückt. Da die Straße keine Steigung hat, ist sie gleich der Gewichtskraft: $F = \mu \cdot m \cdot g$ Beide Kräfte sind nach dem Wechselwirkungsgesetz gleich groß und können deshalb gleichgesetzt werden:		

$$m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g$$
$$a = \mu \cdot g$$
$$\mu = \frac{a}{g}$$
$$\mu = \frac{8{,}3\,\frac{m}{s^2}}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}$$
$$\mu = 0{,}85$$

b) Ist die Reibungszahl vorgegeben, kann man die mögliche Beschleunigung bestimmen. Daraus lässt sich über den zur Verfügung stehenden Bremsweg die Aufprallgeschwindigkeit berechnen.

Beschleunigung:

$$m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g$$
$$a = \mu \cdot g$$
$$a = 0{,}3 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$$
$$a = 2{,}94\,\frac{m}{s^2}$$

Da dieses eine Bremsbeschleunigung ist, schreibt man

$$a = -2{,}94\,\frac{m}{s^2}$$

Die negative Beschleunigung reduziert die Geschwindigkeit. Es gilt allgemein:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

v_2 ist die Endgeschwindigkeit, also die, mit der das Auto auf den Baum fährt. v_1 ist die Anfangsgeschwindigkeit, also die 20 m/s. Die Zeitspanne t_2-t_1 ist die Zeit vom Beginn der Bremsung bis zum Auffahren und wird einfach als t geschrieben.

Die Geschwindigkeit v_2 ist die gesuchte Größe, also wir die Gleichung danach umgestellt.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$
$$a \cdot t = v_2 - v_1$$
$$v_2 = v_1 + a \cdot t$$

Das heißt, die Aufprallgeschwindigkeit ist die ursprüngliche Geschwindigkeit plus eines Werts $a \cdot t$. Da a aber negativ ist (negative Beschleunigung), wird von der ursprünglichen Geschwindigkeit etwas abgezogen.

In der Gleichung für die gesuchte Geschwindigkeit v_2 fehlt noch die Zeit für den Bremsvorgang. Es gilt die Gleichung

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_1 \cdot t$$

Der hintere Ausdruck wäre der Weg ohne Bremsen, der vordere Teil bewirkt durch die negative Beschleunigung eine Verringerung dieses Weges.

Die Gleichung muss nach der Zeit umgestellt werden. Das geübte Auge sieht eine quadratische Gleichung:

	$s=\frac{a}{2}\cdot t^2+v_1\cdot t$ $0=\frac{a}{2}\cdot t^2+v_1\cdot t-s$ $0=t^2+\frac{2\cdot v_1}{a}\cdot t-\frac{2\cdot s}{a}$ $t_{1/2}=-\frac{v_1}{a}\pm\sqrt{\left(\frac{v_1}{a}\right)^2+\frac{2\cdot s}{a}}$ $t_{1/2}=-\frac{20\frac{m}{s}}{-2{,}94\frac{m}{s^2}}\pm\sqrt{\left(\frac{20\frac{m}{s}}{-2{,}94\frac{m}{s^2}}\right)^2+\frac{2\cdot 24\,m}{-2{,}94\frac{m}{s^2}}}$ Das sieht schlimmer aus als es ist. Wichtig beim Rechnen ist die konsequente Berücksichtigung der Vorzeichen. $t_{1/2}=6{,}81\,s\pm\sqrt{46{,}28\,s^2-16{,}33\,s^2}$ $t_{1/2}=6{,}81\,s\pm 5{,}47\,s$ $t_1=1{,}34\,s$ $t_2=12{,}28\,s$ Die erste Zeit ist die Zeit für den Zusammenstoß. Damit kann nun die Geschwindigkeit berechnet werden: $v_2=v_1+a\cdot t$ $v_2=20\frac{m}{s}+(-2{,}94\frac{m}{s^2}\cdot 1{,}34\,s)$ $v_2=16{,}1\frac{m}{s}$ $v_2=57{,}8\frac{km}{h}$ Mit dieser Geschwindigkeit kracht das Auto auf den Baum. Die kinetische Energie des Autos berechnet sich mit $E_{kin}=\frac{m}{2}\cdot v^2$ Da die Masse unverändert bleibt, gilt: $E_{kin}\sim v^2$ Das Verhältnis von zwei Energien ist deshalb gleich dem Verhältnis der Quadrate der Geschwindigkeiten. $\frac{\left(16{,}1\frac{m}{s}\right)^2}{\left(20\frac{m}{s}\right)^2}=0{,}66$ Das sind noch 66% der ursprünglichen Energie.
Antwort:	Die Reibungszahl zwischen Reifen und Straße muss mindestens 0,85 betragen. Das entspricht den üblichen Werten bei trockener Straße. Auf nasser Straße prallt das Auto mit etwa 57,8 km/h auf den Baum und besitzt noch 66% seiner ursprünglichen Energie.

1008.

Den Weg, den der Wagen zurücklegt, lässt sich über den Energieansatz berechnen. Zu Beginn besitzt der Wagen

- kinetische Energie, weil er fährt, und
- potenzielle Energie, weil er sich auf dem Berg befindet

Aus diesen beiden Energie wird

- Wärmeenergie beim Runterfahren am Berg
- Wärmeenergie beim Auslaufen auf der horizontalen Strecke

Die Wärmeenergie entsteht durch Reibungsarbeit.

Der Wagen bleibt stehen, wenn die Summe aus kinetischer und potenzielle Energie komplett in Wärmeenergie umgewandelt wurde.

Als Formel ausgedrückt heißt das

$$E_{kin} + E_{pot} = W_{R1} + W_{R2}$$

Die kinetische Energie ist

$$E_{kin} = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

Die potenzielle Energie ist

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

h ist die Höhe des Ablaufberges, die aber nicht bekannt ist. Da aber der Winkel und die Länge des Berges bekannt sind, kann man die Höhe berechnen:

$$\sin\alpha = \frac{h}{\ell}$$

$$h = \sin\alpha \cdot \ell$$

Damit ist die potenzielle Energie

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot \ell$$

Die Reibungsarbeit ist das Produkt aus der Reibungszahl, der Normalkraft und dem zurückgelegten Weg.

Die Normalkraft ist die Kraft, mit der der Wagen senkrecht auf seine Unterlage drückt.

Rollt er den horizontalen Weg lang, ist die Normalkraft genau so groß wie die Gewichtskraft.

$$W_{R2} = \mu \cdot F_G \cdot s$$

$$W_{R2} = \mu \cdot m \cdot g \cdot s$$

Die Normalkraft ist die Gewichtskraft des Körpers mal dem Kosinus des Winkels zwischen der Horizontalen und der geneigten Ebene. Damit erhält man für die Reibungsarbeit auf dem Ablaufberg:

$$W_{R1} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot \ell$$

Nun kann man alles zu einer Formel zusammenfassen:

$$E_{kin} + E_{pot} = W_{R1} + W_{R2}$$

$$\frac{m}{2} \cdot v^2 + m \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot \ell = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot \ell + \mu \cdot m \cdot g \cdot s$$

Das sieht viel schlimmer aus als es wirklich ist. In jedem Teil steckt die Masse m drin, die dadurch rausgekürzt werden kann:

$$\frac{1}{2} \cdot v^2 + g \cdot \sin\alpha \cdot \ell = \mu \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot \ell + \mu \cdot g \cdot s$$

Schon besser! Die gesuchte Größe ist s, nach der umgestellt wird:

$$\frac{1}{2}\cdot v^2+g\cdot\sin\alpha\cdot\ell-\mu\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot\ell=\mu\cdot g\cdot s$$

$$s=\frac{\frac{1}{2}\cdot v^2+g\cdot\sin\alpha\cdot\ell-\mu\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot\ell}{\mu\cdot g}$$

$$s=\frac{\frac{1}{2}\cdot v^2\ +g\cdot\ell\cdot\left(\sin\alpha-\mu\cdot\cos\alpha\right)}{\mu\cdot g}$$

Auf der rechten Seite stehen nur noch Größen, die bekannt sind. Damit kann man alles einsetzen und die gesuchte Strecke ausrechnen.

$$s=\frac{\frac{1}{2}\cdot\left(1{,}2\frac{m}{s}\right)^2\ +9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 35\,m\cdot\left(\sin 3°-0{,}002\cdot\cos 3°\right)}{0{,}002\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}$$

$$s=\frac{0{,}72\frac{m^2}{s^2}+17{,}28\frac{m^2}{s^2}}{0{,}0196\frac{m}{s^2}}$$

$$s=920\,m$$

Der Wagen würde ungefähr 920 m rollen.

b) Wenn der Wagen nach 100 m auf einen anderen Wagen stößt, kuppeln beide durch einen unelastischen Stoß zusammen. Die Geschwindigkeit der beiden Wagen zusammen lässt sich berechnen, wenn man die Geschwindigkeit des ersten Wagens kennt.
Diese lässt sich wieder über eine Energiebetrachtung ermitteln. Im Gegensatz zur ersten Aufgabe wandelt der Wagen jetzt nicht seine gesamte mechanische Energie, die er oben am Ablaufberg hatte, in Wärmeenergie um. Beim Zusammenkuppeln besitzt er noch kinetische Energie.
Nun kann man wieder eine komplette Gleichung für den gesamten Vorgang aufstellen. Übersichtlicher ist es aber, das Problem in mehreren Schritten zu lösen.

1. Geschwindigkeit des Wagens am Ende des Ablaufberges
2. Geschwindigkeit des Wagens beim Zusammenstoß
3. Geschwindigkeit der Wagen nach dem unelastischen Stoß

zu 1. Die kinetische und potenzielle Energie am Start wandelt sich in Wärme (Reibungsarbeit) und kinetische Energie am Ende um.

$$E_{kin}+E_{pot}=W_R+E_{kin}$$

$$\frac{m}{2}\cdot v_1^2+m\cdot g\cdot\sin\alpha\cdot\ell=\mu\cdot m\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot\ell+\frac{m}{2}\cdot v_2^2$$

Die Masse kürzt sich wieder raus:

$$\frac{1}{2}\cdot v_1^2+g\cdot\sin\alpha\cdot\ell=\mu\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot\ell+\frac{1}{2}\cdot v_2^2$$

und die Gleichung muss nach der gesuchten Geschwindigkeit v_2 umgestellt werden:

$$\frac{1}{2}\cdot v_1^2+g\cdot\sin\alpha\cdot\ell-\mu\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot\ell=\frac{1}{2}\cdot v_2^2$$

$$v_1^2+2\cdot g\cdot\sin\alpha\cdot\ell-2\cdot\mu\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot\ell=v_2^2$$

$$v=\sqrt{v_1^2+2\cdot g\cdot\sin\alpha\cdot\ell-2\cdot\mu\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot\ell}$$

$$v=\sqrt{v_1^2+2\cdot g\cdot\ell\,(\sin\alpha-\mu\cdot\cos\alpha)}$$

Damit kann die Geschwindigkeit am Fuß des Ablaufberges berechnet werden:

$$v=\sqrt{\left(1{,}2\frac{m}{s}\right)^2+2\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 35\,m\cdot(\sin 3°-0{,}002\cdot\cos 3°)}$$

$$v=\sqrt{1{,}44\frac{m^2}{s^2}+686{,}7\frac{m^2}{s^2}\cdot 0{,}05}$$

$$v=6\frac{m}{s}$$

zu 2. Die Geschwindigkeit des Wagens gibt im am Ende des Berges kinetische Energie. Die wird bis zum Zusammenstoß mit dem 2. Wagen zum Teil in Wärme umgewandelt.
Die kinetische Energie, die der Wagen beim Zusammenstoß hat, ist die kinetische Energie am Ende des Berges, von der die Wärmeenergie abgezogen wird. Die Wärmeenergie entsteht durch Reibungsarbeit.

$$E_{kin2}=E_{kin1}-W_R$$

Damit lässt sich die Geschwindigkeit beim Zusammenstoß bestimmen:

$$\frac{m}{2}\cdot v_2^2=\frac{m}{2}\cdot v_1^2-\mu\cdot m\cdot g\cdot s$$

$$\frac{1}{2}\cdot v_2^2=\frac{1}{2}\cdot v_1^2-\mu\cdot g\cdot s$$

$$v_2=\sqrt{v_1^2-2\cdot\mu\cdot g\cdot s}$$

$$v_2=\sqrt{\left(6\frac{m}{s}\right)^2-2\cdot 0{,}002\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 100\,m}$$

$$v_2=5{,}7\frac{m}{s}$$

zu 3. Mit der eben berechneten Geschwindigkeit stößt der Wagen auf den ruhenden Wagen. Dabei gilt natürlich der Impulserhaltungssatz: Die Summe der Impulse vor dem Stoß ist so groß wie die Summe der Impulse nach dem Stoß.
Vor dem Stoß hat nur der bewegte Wagen einen Impuls, er wird mit p_1 bezeichnet.

$$p_1=m_1\cdot v$$

Nach dem Stoß ist die Gesamtmasse die Summe beider Einzelmassen.

$$p'=(m_1+m_2)\cdot v'$$

Impulserhaltungssatz:

$$p_1 = p'$$

$$m_1 \cdot v = (m_1 + m_2) \cdot v'$$

$$v' = \frac{m_1 \cdot v}{m_1 + m_2}$$

$$v' = \frac{45 \cdot 10^3\,kg \cdot 5{,}7\,\frac{m}{s}}{90 \cdot 10^3\,kg}$$

$$v' = 2{,}9\,\frac{m}{s}$$

c) Die beiden Wagen rollen nun gemeinsam weiter. Es wirkt natürlich immer noch die Reibung, so dass ein Teil der kinetischen Energie weiterhin in Wärmeenergie umgewandelt wird.

$$E_{kin2} = E_{kin1} - W_R$$

$$E_{kin2} = \frac{m}{2} \cdot v^2 - \mu \cdot m \cdot g \cdot s$$

$$E_{kin2} = \frac{2 \cdot 45 \cdot 10^3\,kg}{2} \cdot \left(2{,}9\,\frac{m}{s}\right)^2 - 0{,}002 \cdot 2 \cdot 45 \cdot 10^3\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 75\,m$$

$$E_{kin2} = 378\,KJ - 132\,kJ$$

$$E_{kin2} = 246\,kJ$$

Das ist die kinetische Energie vor dem Auftreffen auf den Prellbock. Da der Wagen an einem Prellbock bis zum Stillstand abgebremst wird, geht die gesamte kinetische Energie in Spannenergie der beiden Federn über. An jeder Feder wird 123 kJ Spannarbeit geleistet. Da die Federkonstante bekannt ist, kann man berechnen, um wieviel sich die Feder dadurch zusammendrückt.

Die Federspannarbeit ist

$$W_F = \frac{1}{2} D \cdot s^2$$

Damit kann der Weg berechnet werden:

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot W_F}{D}}$$

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot 123 \cdot 10^3\,J}{2 \cdot 10^6\,\frac{N}{m}}}$$

$$s = 0{,}35\,m$$

$$s = 35\,cm$$

Jeder der beiden Federn wird um 35 cm zusammengedrückt.

d) Man geht wieder über den Energieansatz an die Aufgebe heran, lässt nun aber konsequent die Reibungsarbeit weg.

Als erstes wird die Geschwindigkeit des Wagens an Ende des Ablaufberges berechnet.

$$E_{kin} + E_{pot} = E_{kin}$$

$$\frac{m}{2} \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot \ell = \frac{m}{2} \cdot v_2^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_1^2 + g \cdot \sin\alpha \cdot \ell = \frac{1}{2} \cdot v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2 \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot \ell}$$

$$v_2 = \sqrt{\left(1{,}2\,\frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot \sin 3° \cdot 35\,m}$$

$$v_2 = 6{,}1\,\frac{m}{s}$$

Das ist nur wenig mehr als mit Reibung.

Der Weg bis zum Zusammenstoß braucht jetz nicht mehr berücksichtigt werden, da ja unterwegs keine Energie verloren geht. Der Wagen stößt also mit der eben berechneten Geschwindigkeit auf den zweiten Wagen.

$$p_1 = p'$$

$$m_1 \cdot v = (m_1 + m_2) \cdot v'$$

$$v' = \frac{m_1 \cdot v}{m_1 + m_2}$$

$$v' = \frac{45 \cdot 10^3\,kg \cdot 6{,}1\,\frac{m}{s}}{90 \cdot 10^3\,kg}$$

$$v' = 3{,}05\,\frac{m}{s}$$

Mit dieser Geschwindigkeit rollen nun beide ungebremst bis zum Prellbock und drückt die Federn ein.

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{m}{2} \cdot v^2}{D}}$$

$$s = \sqrt{\frac{m \cdot v^2}{D}}$$

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot 45 \cdot 10^3\,kg \cdot \left(3{,}05\,\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 10^6\,\frac{N}{m}}}$$

$$s = 0{,}65\,m$$

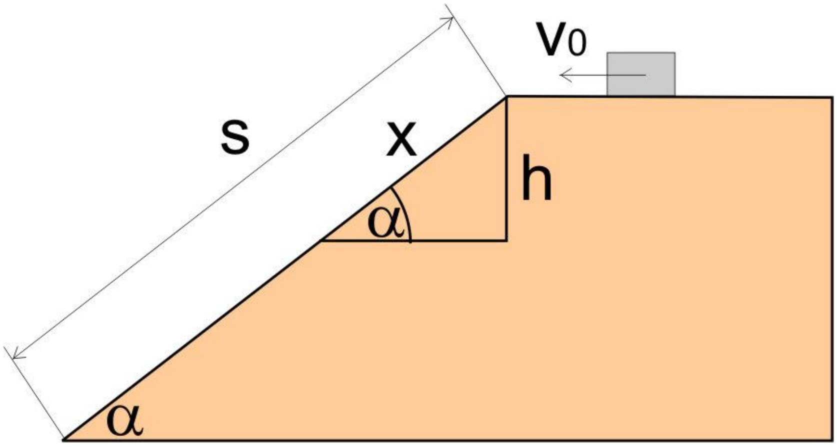
$$s = 65\,cm$$

Das ist nun aber deutlich mehr. Die Reibung sollte man sehr wohl berücksichtigen.

1005. a) Beim Heruntergleiten wird potenzielle Energie in kinetische Energie umgewandelt. Allgemein gilt, dass die Summe aus potenzieller Energie und kinetischer Energie beim Vernachlässigen von allen anderen Energiearten immer gleich bleibt.

$$E_{kin,1} + E_{pot,1} = E_{kin,2} + E_{pot,2}$$

In der potenziellen Energie steckt die Höhe gegenüber dem Nullpunkt drin. Die ist in dieser Aufgabe aber nicht gesucht, sondern die auf der Ebene zurückgelegte Strecke. Zwischen den beiden Grüßen und dem gegebenen Winkel gibt es aber eine einfache Winkelbeziehung:



$$\sin\alpha = \frac{h}{x}$$

$$h = \sin\alpha \cdot x$$

Damit kann die gesuchte Strecke berechnet werden.

$$\frac{m}{2}\cdot v_0^2 + m\cdot g\cdot h = \frac{m}{2}\cdot\left(2\cdot v_0\right)^2$$

Die gesamte potenzielle Energie im Punkt 1 wird in den Zuwachs der kinetischen Energie und damit der Geschwindigkeit gesteckt. Damit wird also der Nullpunkt an die Stelle gesetzt, an der der Körper die doppelte Geschwindigkeit erreicht hat.

$$\frac{m}{2}\cdot v_0^2 + m\cdot g\cdot \sin\alpha\cdot x = \frac{m}{2}\cdot\left(2\cdot v_0\right)^2$$

$$\frac{1}{2}\cdot v_0^2 + g\cdot \sin\alpha\cdot x = \frac{1}{2}\cdot\left(2\cdot v_0\right)^2$$

Die Masse kürzt sich raus. Jetzt kann die Gleichung nach der gesuchten Größe x umgestellt werden:

$$\frac{1}{2}\cdot v_0^2 + g\cdot \sin\alpha\cdot x = \frac{1}{2}\cdot\left(2\cdot v_0\right)^2$$

$$g\cdot \sin\alpha\cdot x = \frac{1}{2}\cdot\left(2\cdot v_0\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot v_0^2$$

$$x = \frac{\left(2\cdot v_0\right)^2 - v_0^2}{2\cdot g\cdot \sin\alpha}$$

$$x = \frac{4\cdot {v_0}^2 - v_0^2}{2\cdot g\cdot \sin\alpha}$$

$$x = \frac{3\cdot {v_0}^2}{2\cdot g\cdot \sin\alpha}$$

$$x = \frac{3\cdot\left(1{,}4\frac{m}{s}\right)^2}{2\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot \sin 30°}$$

$$x = 0{,}6\,m$$

Nach 0,6 m hat sich die Geschwindigkeit verdoppelt.

Für den zweiten Teil wird der gleiche Ansatz benutzt. Die gesuchte Größe ist v_1. x ist jetzt 0,80 m.

$$\frac{m}{2}\cdot v_0^2+m\cdot g\cdot\sin\alpha\cdot x=\frac{m}{2}\cdot v_1^2$$

Umstellen nach v_1 und ausrechen:

$$\frac{m}{2}\cdot v_0^2+m\cdot g\cdot\sin\alpha\cdot x=\frac{m}{2}\cdot v_1^2$$

$$\frac{1}{2}\cdot v_0^2+g\cdot\sin\alpha\cdot x=\frac{1}{2}\cdot v_1^2$$

$$v_0^2+2\cdot g\cdot\sin\alpha\cdot x=v_1^2$$

$$v_1=\sqrt{v_0^2+2\cdot g\cdot\sin\alpha\cdot x}$$

$$v_1=\sqrt{\left(1{,}4\frac{m}{s}\right)^2+2\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot\sin 30°\cdot 0{,}80\,m}$$

$$v_1=3{,}1\frac{m}{s}$$

Der Körper kommt unten mit 3,1 m/s an.

b) Wenn der Körper mit einer konstanten Geschwindigkeit gleiten soll, muss die Summe aller Kräfte auf den Körper gleich Null sein (Trägheitsgesetz).
Auf den Körper wirkt die Hangabtriebskraft nach unten. Die Reibungskraft muss nun genau so groß sein, damit sich die Kräfte aufheben.
Die Hangabtriebskraft ist

$$F_H=m\cdot g\cdot\sin\alpha$$

und die Reibungskraft

$$F_R=F_N\cdot\mu$$

F_N ist die Normalkraft, also die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf die Unterlage, die er hinuntergleitet, drückt. Sie ist

$$F_N=m\cdot g\cdot\cos\alpha$$

Damit gilt:

$$F_H=F_R$$

$$m\cdot g\cdot\sin\alpha=\mu\cdot m\cdot g\cdot\cos\alpha$$

$$\sin\alpha=\mu\cdot\cos\alpha$$

$$\mu=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\mu=\tan\alpha$$

$$\mu=\tan 30°$$

$$\mu=0{,}58$$

Bei dieser Reibungszahl gleitet der Körper trotz geneigter Ebene mit konstanter Geschwindigkeit.

c)
Aus dem Energieerhaltungssatz erkannt man:
Die Energie, die der Körper oben hat, wird beim Herabgleiten in kinetische Energie am Fuß der geneigten Ebene und in Wärmeenergie durch Reibungsarbeit umgewandelt.
Also:

$$E_{oben}=E_{unten}+W_{Reibung}$$

Oben hat der Körper kinetische und potenzielle Energie:

$$E_{oben} = E_{kin,1} + E_{pot,1}$$

$$E_{oben} = \frac{m}{2} \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h$$

$$E_{oben} = \frac{m}{2} \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot s$$

und

$$E_{unten} = \frac{m}{2} \cdot v_s^2$$

Die Reibungsarbeit ist

$$W_R = F_R \cdot s$$

$$W_R = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot s$$

Alle Gleichungen sind bekannt, nun kann die Gesamtformel aufgestellt werden:

$$E_{oben} = E_{unten} + W_{Reibung}$$

$$\frac{m}{2} \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot s = \frac{m}{2} \cdot v_s^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot s$$

Das sieht schlimmer aus als es ist. Zuerst verabschiedet man sich von der Masse:

$$\frac{1}{2} \cdot v_0^2 + g \cdot \sin\alpha \cdot s = \frac{1}{2} \cdot v_s^2 + \mu \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot s$$

Schon besser. Gesucht ist die Geschwindigkeit v_s. Nach der wird jetzt umgestellt:

$$\frac{1}{2} \cdot v_0^2 + g \cdot \sin\alpha \cdot s - \mu \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot s = \frac{1}{2} \cdot v_s^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_0^2 + g \cdot s \cdot \left(\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha\right) = \frac{1}{2} \cdot v_s^2$$

$$v_0^2 + 2 \cdot g \cdot s \cdot \left(\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha\right) = v_s^2$$

$$v_s = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot s \cdot \left(\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha\right)}$$

Nun nur noch Einsetzen, Ausrechen und Fertig:

$$v_s = \sqrt{\left(1{,}4\,\frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}80\,m \cdot \left(\sin 30° - 0{,}28 \cdot \cos 30°\right)}$$

$$v_s = 2{,}45\,\frac{m}{s}$$

Am Ende der Bahn hat der Körper eine Geschwindigkeit von etwa $2{,}5\,\frac{m}{s}$.

d)

Vor dem Zeichen des Diagramms müssen einige Fragen geklärt werden:

1. Wie groß sind die beiden Energien zu Beginn des Hinabgleitens?
2. Wie groß ist die kinetische Energie am Ende?
3. Wie verläuft die Kurve für die kinetische Energie? Ist sie proportional zum Weg?

zu 1.

$$E_{kin,1} = \frac{m}{2} \cdot v_0^2$$

$$E_{kin,1} = \frac{0,055kg}{2} \cdot \left(1,4\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{kin,1} = 0,054\,J$$

$$E_{pot,1} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{pot,1} = m \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot s$$

$$E_{pot,1} = 0,055\,kg \cdot 9,81\frac{m}{s^2} \cdot \sin 30° \cdot 0,80\,m$$

$$E_{pot,1} = 0,216\,J$$

zu 2.

$$E_{kin,1} = \frac{m}{2} \cdot v_0^2$$

$$E_{kin,1} = \frac{0,055kg}{2} \cdot \left(2,5\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{kin,1} = 0,17\,J$$

zu 3.
Die kinetische Energie ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit:

$$E_{kin} \sim v^2$$

Da die Bewegung mit einer konstanten Kraft abläuft, ist es eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Für gilt aber

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

(Lässt sich aus den Gleichungen für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung ableiten)
Damit ist also

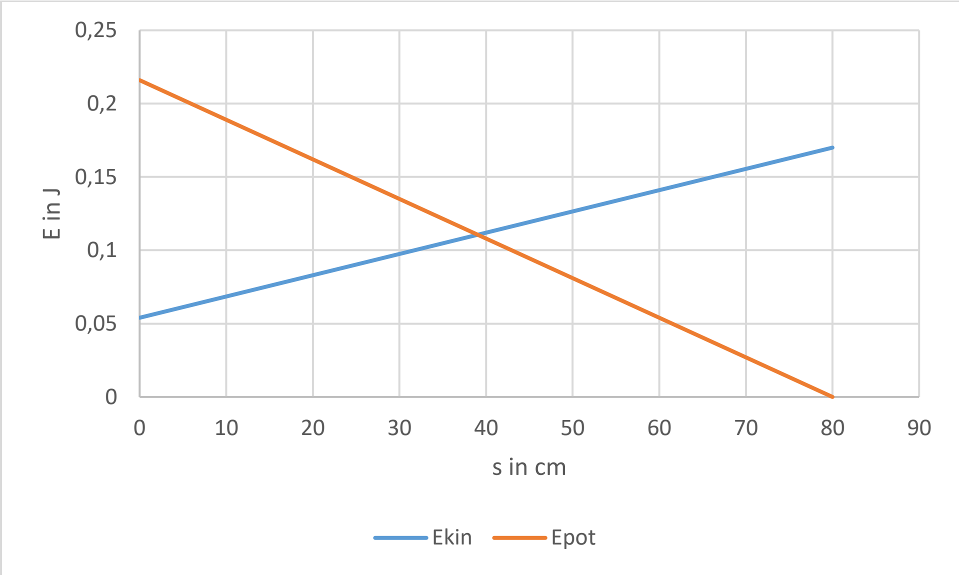
$$v \sim \sqrt{s}$$

Setzt man das in die Proportionalität der kinetischen Energie ein, sieht man, dass

$$E_{kin} \sim s$$

Die Kurve für die kinetische Energie kann also als Gerade gezeichnet werden.

Damit erhält man folgendes Diagramm:

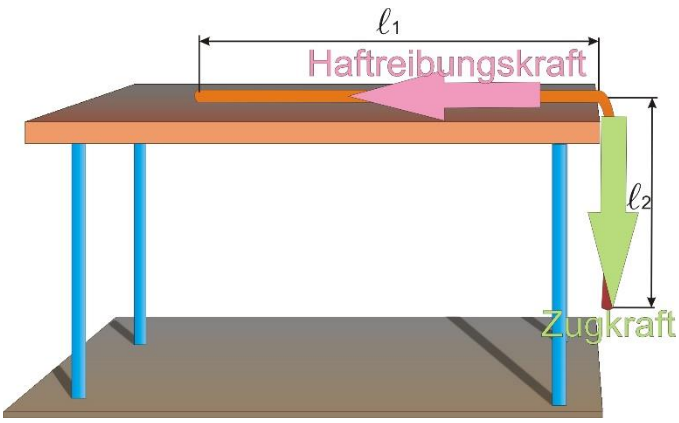


930.

a) Das Seil beginnt dann zu rutschen, wenn die Kraft, die nach unten zieht, größer wird als die bremsende Reibungskraft.

$F_Z > F_H$

Für die beiden Kräfte werden die bekannten Gleichungen eingesetzt. Die Zugkraft ist die Gewichtskraft des runter hängenden Seilstücks, die Haftreibungskraft kommt durch die Reibung zwischen dem Tisch und dem oben liegenden Teilstück zustande.



Die Zugkraft ist

$F_Z = m_2 \cdot g$

und die Haftreibungskraft

$F_H = m_1 \cdot g \cdot \mu_H$

In die obere Ungleichung eingesetzt ergibt das

$m_2 \cdot g > m_1 \cdot g \cdot \mu_H$

$m_2 > m_1 \cdot \mu_H$

$\frac{m_2}{m_1} > \mu_H$

Da die Masse gleichmäßig über das Seil verteilt ist, ist die Masse proportional zum Länge des Seils. Deshalb kann man auch schreiben:

$\mu_H < \frac{\ell_2}{\ell_1}$

b) Die Haftreibungszahl und die Länge des herunterhängenden Stückes sind gegeben. Gesucht ist die Gesamtlänge, die sich aus dem herunterhängenden Stück und dem Stück auf dem Tisch zusammensetzt:

$\ell = \ell_1 + \ell_2$

Zwischen den beiden Teilstücken besteht die soeben hergeleitete Beziehung:

$$\mu_H < \frac{\ell_2}{\ell_1}$$

Also ist

$$\ell_1 < \frac{\ell_2}{\mu_H}$$

$$\ell_1 < \frac{0{,}41\,\text{m}}{0{,}8}$$

$$\ell_1 < 0{,}51\,\text{m}$$

Solange das Stück auf dem Tisch kleiner als 0,5 m ist, rutscht das Seil nicht.
Damit ist das gesamte Seil 0,91 m lang.

c) Wenn das Seil rutscht, ist die Zugkraft größer als die Reibungskraft. Die Gesamtkraft, die das Seil spürt, ist die Differenz dieser beiden Kräfte:

$$F = F_Z - F_R$$

Diese Gesamtkraft ruft eine Beschleunigung hervor, die sich nach dem Newtonschen Grundgesetz mit

$$a = \frac{F}{m}$$

berechnet. Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung muss die Kraft während der Bewegung konstant bleiben.
Wenn das Seil rutscht, wird der Teil, der runterhängt, immer länger. Damit wird dieser Teil aber immer schwerer. Gleichzeitig wird der auf dem Tisch liegende Teil immer kürzer und damit leichter. Das heißt, die Reibungskraft wird immer kleiner. Insgesamt wird also die beschleunigende Kraft immer größer und die Bewegung ist keine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mehr.

d) Aus dem Ansatz der letzten Teilaufgabe lässt sich die Anfangsbeschleunigung berechnen.

$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{F_Z - F_R}{m}$$

Die Differenz über dem Bruchstrich ist die zu Beginn wirkende Kraft und die Masse unter dem Bruchstrich ist die zu beschleunigende Masse. Das ist die Gesamtmasse des Seils.
Die Zugkraft ist die Gewichtskraft des runterhängenden Teils:

$$F_Z = m_2 \cdot g$$

Die Reibungskraft ist

$$F_R = m_1 \cdot g \cdot \mu_G$$

Setzt man alles ein, erhält man für die Beschleunigung

$$a = \frac{m_2 \cdot g - m_1 \cdot g \cdot \mu_G}{m}$$

Leider ist über die Massen nichts bekannt. Man kann die Massen aber über die Dichte des Seils und das Volumen ausdrücken:

$$m = \rho \cdot V$$

Das Volumen ist der Querschnitt des Seils mal die Länge

$$V = A \cdot \ell$$

Damit erhält man für die Masse

$$m = \rho \cdot A \cdot \ell$$

und können die Einzelmassen ersetzen:

$$a = \frac{\rho \cdot A \cdot \ell_2 \cdot g - \rho \cdot A \cdot \ell_1 \cdot g \cdot \mu_G}{\rho \cdot A \cdot \ell}$$

Die Dichte und der Querschnitt sind für das Seil immer gleich. Sie können ausgeklammert und gekürzt werden und spielen keine Rolle mehr.

$$a = \frac{\rho \cdot A \cdot (\ell_2 \cdot g - \ell_1 \cdot g \cdot \mu_G)}{\rho \cdot A \cdot \ell}$$

$$a = \frac{\ell_2 \cdot g - \ell_1 \cdot g \cdot \mu_G}{\ell}$$

$$a = \frac{g \cdot (\ell_2 - \ell_1 \cdot \mu_G)}{\ell}$$

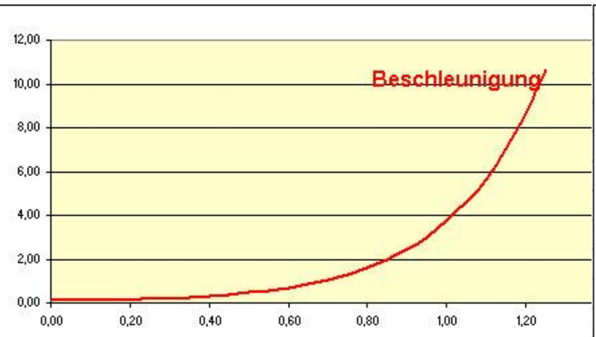
Damit hat man eine Gleichung für die Anfangsbeschleunigung, in der nur noch bekannte Größen stehen.

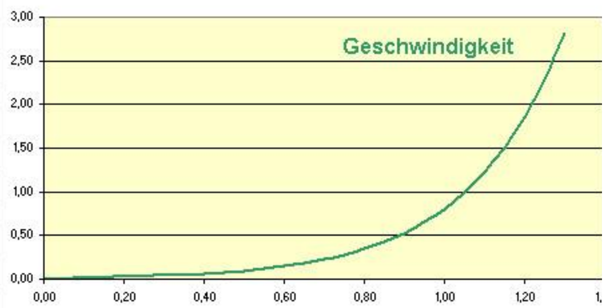
e) Man setzt die bekannten Größen ein:

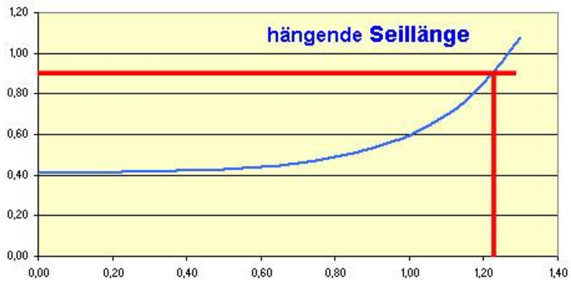
$$a = \frac{9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot (0{,}41m - 0{,}5\,m \cdot 0{,}8)}{0{,}91m}$$

$$a = 0{,}11 \frac{m}{s^2}$$

f)







Bei einer hängenden Seillänge zwischen 1,20 m und 1,25 m wird sie größer als die gesamte Länge des Seils. Das ist die Stelle, wo das Seil komplett vom Tisch gerutscht ist und frei nach unten fällt.
An dieser Stelle wird die Beschleunigung auch größer als die Fallbeschleunigung.

498.

geg.:	$l = 4\,m$ $h = 1{,}0\,m$ $m = 60\,kg$ $\mu_G = 0{,}5$ $\mu_H = 0{,}6$	ges.:	F_a F_b

Lösung:

a) Wenn der Kessel mit einer gleichbleibenden Geschwindigkeit das Brett hinauf gezogen werden soll, muss nach dem Newtonschen Trägheitsgesetz die Summe aller einwirkenden Kräfte Null sein. Zwei Kräfte wirken der Bewegung entgegen, die durch die ziehende Person aufgehoben werden müssen:

1. Die Hangabtriebskraft, die durch die Schräge des Brettes hervorgerufen wird und
2. die Reibung zwischen dem Brett und dem Kessel.

Die zweite Kraft würde auch wirken, wenn der Kessel auf ebener Erde über ein Brett gezogen würde, jedoch etwas stärker als auf dem geneigten Brett. Wenn das Brett senkrecht stehen würde, fiele diese Reibungskraft weg. Sie ist also von der Neigung des Brettes abhängig und berechnet sich aus der Normalkraft. Das ist die Kraft, mit der der Kessel senkrecht nach unten auf das Brett drückt. Diese Kraft wäre bei einem waagerechten Brett genau so groß wie die Gewichtskraft und bei einem senkrechten Brett Null.

$$F_R = \mu_G \cdot F_N$$

$$F_R = \mu_G \cdot F_G \cdot \cos\alpha$$

Der Winkel Alpha ist der Winkel zwischen dem Brett und dem Erdboden. Da Erdboden, Brett und LKW ein rechtwinkliges Dreieck bilden, kann er durch eine Winkelfunktion beschrieben werden:

$$\sin\alpha = \frac{h}{l}$$

$$\sin\alpha = \frac{1m}{4\,m}$$

$$\alpha = 14{,}5°$$

Damit kann die Reibungskraft berechnet werden:

$$F_R = \mu_G \cdot F_G \cdot \cos\alpha$$

$$F_R = 0{,}5 \cdot 60\,kg \cdot 9{,}81\tfrac{m}{s^2} \cdot \cos 14{,}5°$$

$$F_R = 285{,}0\,N$$

Für die erste Kraft wird die Gleichung der Hangabtriebskraft verwendet:

$$F_H = F_G \cdot \sin\alpha$$

$$F_H = m \cdot g \cdot \sin\alpha$$

$$F_H = 60\,kg \cdot 9{,}81\tfrac{m}{s^2} \cdot \sin 14{,}5°$$

$$F_H = 147{,}5\,N$$

Die notwendige Gesamtkraft ist die Summe beider Kräfte:

$$F_a = F_R + F_H$$

$$F_a = 432{,}5\,N$$

Das entspricht etwa der Kraft die man braucht, um einen 45 kg schweren Sack zu heben (z.B. Zement), ist aber einfacher, als den Kessel direkt hochzuheben.

	b) Lässt die Person das Seil los, wirkt immer noch die Hangabtriebskraft, die den Kessel nach unten zieht. Die Reibung zwischen Brett und Kessel wirkt dieser Bewegung entgegen. Ist sie größer, bleibt der Kessel stehen, ist sie kleiner, rutscht er nach unten. Diese Reibungskraft berechnet sich wie in Aufgabe a), nur das jetzt die Haftreibungszahl verwendet wird: $F_R = \mu_H \cdot F_G \cdot \cos\alpha$ $F_R = 0{,}6 \cdot 60\,\text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 14{,}5°$ $F_R = 342{,}0\,\text{N}$ Das ist natürlich viel größer als die nach unten ziehende Kraft, so dass die Person ruhig das Seil locker lassen kann. Der Kessel rutscht nicht wieder runter. c) Der Kessel würde gerade nicht rutschen, wenn die Hangabtriebskraft und die Reibungskraft gleich groß sind. Wie groß ist dann der Winkel? $F_H = F_R$ $F_G \cdot \sin\alpha = \mu_H \cdot F_G \cdot \cos\alpha$ $\sin\alpha = \mu_H \cdot \cos\alpha$ $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \mu_H$ $\tan\alpha = \mu_H$ $\alpha = 31{,}0°$ Damit lässt sich die Höhe der Ladefläche berechnen: $\sin\alpha = \frac{h}{l}$ $h = \sin\alpha \cdot l$ $h = 2{,}1\,\text{m}$
Antwort:	a) Es ist eine Kraft von 432,5 N notwendig. b) Da die Reibungskraft größer ist als die Hangabtriebskraft, rutscht der Heizkessel beim Lockerlassen des Seiles nicht. c) Die LKW-Ladefläche kann 2,1 m hoch sein.