

## Kontrolle Newtonsche Axiome

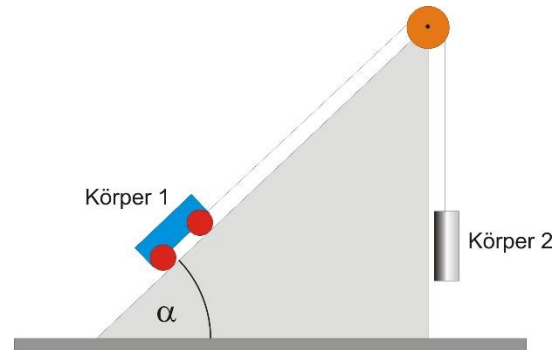
13.10.2022

Dauer: 45 min

Hilfsmittel: Taschenrechner, Tafelwerk

### 1. (LK 2019)

Zwei Körper sind durch einen Faden, welcher über eine feste Rolle geführt wird, verbunden. Körper 1 kann auf der geneigten Ebene rollen. Körper 2 ist vertikal beweglich. Die Abbildung zeigt das Prinzip. Der Neigungswinkel der geneigten Ebene beträgt  $45^\circ$ . Reibungsverluste sind vernachlässigbar klein.



a) Die Masse  $m_1$  von Körper 1 und die Masse  $m_2$  von Körper 2 sind im ersten Experiment so gewählt, dass die Körper nach Freigabe in Ruhe bleiben.

Ermitteln Sie den Quotienten  $\frac{m_1}{m_2}$ . (5)

b) Im zweiten Experiment beträgt die Masse der beiden Körper jeweils 75 g. Die Körper werden zum Zeitpunkt  $t = 0$  freigegeben.

Weisen Sie nach, dass die Beschleunigung des Systems unmittelbar nach dessen Freigabe  $1,44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  beträgt. (5)

2. Ein Airbus A380 hat eine maximale Startmasse von 560 t. Er wird von vier Triebwerken angetrieben, von denen jedes eine Schubkraft von 311 kN bringt. Der Airbus hebt bei einer Geschwindigkeit von 260 km/h ab. Die Hälfte der Schubkraft wird zur Überwindung von Reibungswiderständen genutzt.

a) Leiten Sie eine Gleichung für die Länge der Startbahn her.  $s=f(v, m, F)$  (5)

b) Interpretieren Sie diese Gleichung. (3)

c) Zeigen Sie, dass eine übliche Länge der Startbahn von 3 km ausreicht. (2)

d) Bei welcher der drei Größen, die die Länge der Startbahn bestimmen, muss man eine Veränderung vornehmen, um Startstrecke möglichst wirkungsvoll zu verkleinern? Begründen Sie die Aussage. (2)

## Lösungen

1. a) Das System ist in Ruhe. Das heißt, dass die Summe aller äußeren Kräfte gleich Null ist.

Als Kräfte wirken die Gewichtskraft von Körper 2 und die Hangabtriebskraft von Körper 1.

Die Gewichtskraft ist

$$F_G = m_2 \cdot g$$

und die Hangabtriebskraft

$$F_H = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha$$

Wenn die beiden Kräfte in der Summe Null erheben, müssen die Beträge gleich groß sein.

$$m_2 \cdot g = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$m_2 = m_1 \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

Setzt man die gegebenen  $45^\circ$  ein, erhält man

$$\frac{m_1}{m_2} = 1,41$$

Der Körper 1 muss also 1,41 mal so schwer sein wie Körper 2.

## b)

Die Beschleunigung ist nach dem Newtonschen Grundgesetz:

$$F = m \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m}$$

F ist die Kraft, mit der das System beschleunigt wird und m ist die gesamte Masse, die beschleunigt wird.

Die Masse ist demnach 2 mal die 75 g, also 150 g.

Die beschleunigende Kraft ist die Differenz aus den beiden Kräften, die auf den Wagen wirken. Die beiden Kräfte sind die Hangabtriebskraft in die Richtung nach unten und die Gewichtskraft von Körper 2 nach oben. Da sie in entgegengesetzte Richtungen ziehen, muss die Differenz beider Kräfte gebildet werden.

Da die Gewichtskraft von Körper 2 größer ist als die Hangabtriebskraft, bewegt sich der Körper nach oben.

$$F = F_G - F_H$$

$$F = m_2 \cdot g - m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha$$

Da die beiden Massen gleich groß sind, kann man sie ausklammern:

$$F = m \cdot g(1 - \sin \alpha)$$

Damit lässt sich die Beschleunigung berechnen:

$$a = \frac{m \cdot g(1 - \sin \alpha)}{2 \cdot m}$$

$$a = \frac{0,075 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 - \sin 45^\circ)}{2 \cdot 0,075 \text{ kg}}$$

$$a = 1,44 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**2.**

**a)** Wenn die vier Triebwerke während des Starts eine konstante Kraft wirken lassen, kann die Bewegung von Anfahren bis zum Abheben als gleichmäßig beschleunigt betrachtet werden. Damit gilt für die gesuchte Strecke:

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Die Zeit lässt sich aus der bekannten Startgeschwindigkeit bestimmen:

$$a = \frac{v}{t}$$

$$t = \frac{v}{a}$$

Das wird eingesetzt:

$$s = \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2}$$

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$$

Jetzt fehlt aber noch die Beschleunigung. Die lässt sich mit dem Newtonschen Grundgesetz angeben:

$$F = m \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m}$$

Und eingesetzt:

$$s = \frac{v^2 \cdot m}{2 \cdot F}$$

**b)** Die Länge der Startbahn ist

- proportional zum Quadrat der Endgeschwindigkeit, wenn Masse und Kraft konstant sind
- proportional zur Masse des Flugzeuges, wenn Endgeschwindigkeit und Kraft konstant sind
- umgekehrt proportional zur antreibenden Kraft, wenn Endgeschwindigkeit und Masse konstant sind.

**c)** Die Geschwindigkeit muss noch in Grundeinheiten umgerechnet und die Kraft von zwei Triebwerken verwendet werden (zwei Triebwerke dienen der Überwindung der Reibung.):

$$s = \frac{\left(72,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 560 \cdot 10^3 \text{ kg}}{2 \cdot 2 \cdot 311 \cdot 10^3 \text{ N}}$$

$$s = 2347 \text{ m}$$

Damit reichen 3 km Startbahn aus.

**d)** Da die Endgeschwindigkeit quadratisch in die Berechnung der Startbahn eingeht, bewirkt die Verkleinerung dieser Größe eine wirkungsvolle Änderung der Startbahnlänge. Würde das Flugzeug bereits bei der halben Geschwindigkeit abheben, müsste die Startbahn nur ein viertel der ursprünglichen Länge betragen.