Name:...

Kontrolle Physik-Leistungskurs Klasse 11
8.12.2022
Drehbewegung, Radialkraft

1. Bei einem Kettenkarussell auf der Kirmes sind die Ketten am Dach des Karussells in einem Abstand von 5m von der Drehachse befestigt. Der Schwerpunkt der Mitfahrer befindet sich in der Ruhe vor dem Start 4m unterhalb dieser Befestigung. Bei gleichmäßiger Fahrt werden die Sitze an Ihren Ketten nach außen ausgelenkt, so dass die Mitfahrer einen Kreis mit größerem Radius beschreiben.

a) Zeichnen Sie in die Skizze auf der Rückseite dieses Blattes ein Vektordiagramm (nicht maßstäblich) aller während der Fahrt auf einen Mitfahrer wirkenden Kräfte. (Momentaufnahme mit zugehörigen Bezeichnungen). Welche Beziehung muss zwischen diesen Vektoren bestehen? (4)

b) Zeigen sie ausführlich, dass bei einer Umlaufzeit von 6,0 Sekunden die Ketten gegen die Vertikale um 40 Grad nach außen geneigt sind? (6)

c) Wie groß ist bei dieser Drehzahl die Zentrifugalkraft auf einen Mitfahrer der Masse 70 kg? (2)

d) Welche Kraft verspürt er in seiner Sitzfläche? (2)

2. Die beiden Gleichungen beschreiben die Größe der Radialkraft in Abhängigkeit von den Bahnparametern einer gleichförmigen Kreisbewegung.

$$F_R = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$F_R = m \cdot \omega^2 \cdot r = \frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot r}{T^2}$$

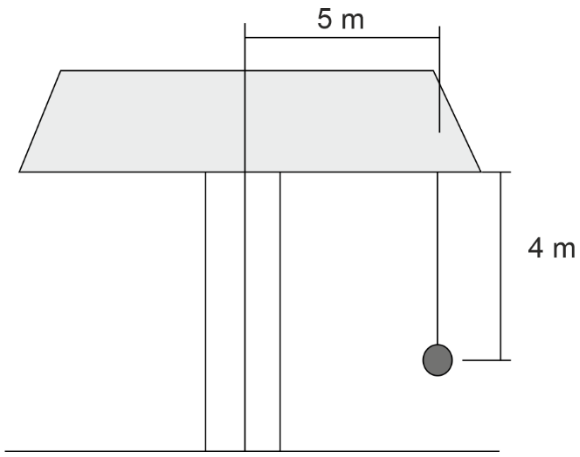
Geben sie für die unten beschriebenen Fälle an, wie sich die Größe der Radialkraft verändern muss, wenn sich der entsprechende Bahnparameter ändert. (4)

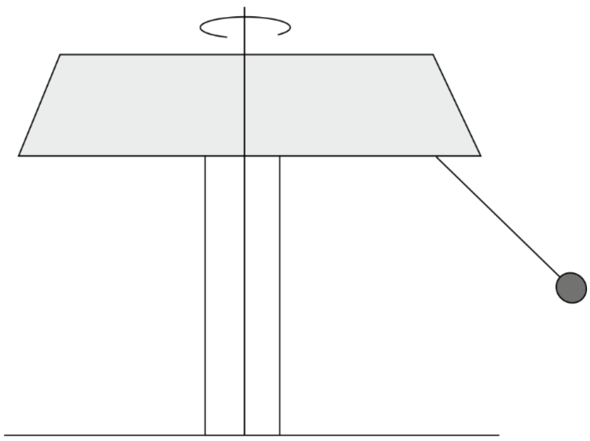
a) Bei konstanter Masse und konstantem Bahnradius wird die Bahngeschwindigkeit vervierfacht.

b) Bei konstanter Masse und konstanter Bahngeschwindigkeit wird der Bahnradius verdoppelt.

c) Bei konstanter Masse und konstanter Umlaufzeit wird der Bahnradius verdoppelt.

d) Bei konstantem Bahnradius werden Masse und Umlaufzeit halbiert.

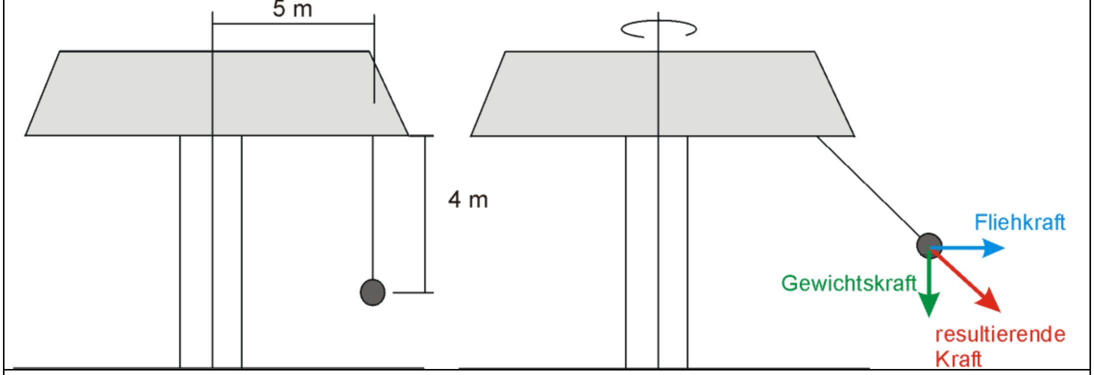

5 m
4 m



Lösungen

1.

<table>
<tr><td>geg.:</td><td></td><td>ges.:</td><td></td></tr>
<tr><td>Lösung:</td><td colspan="3">

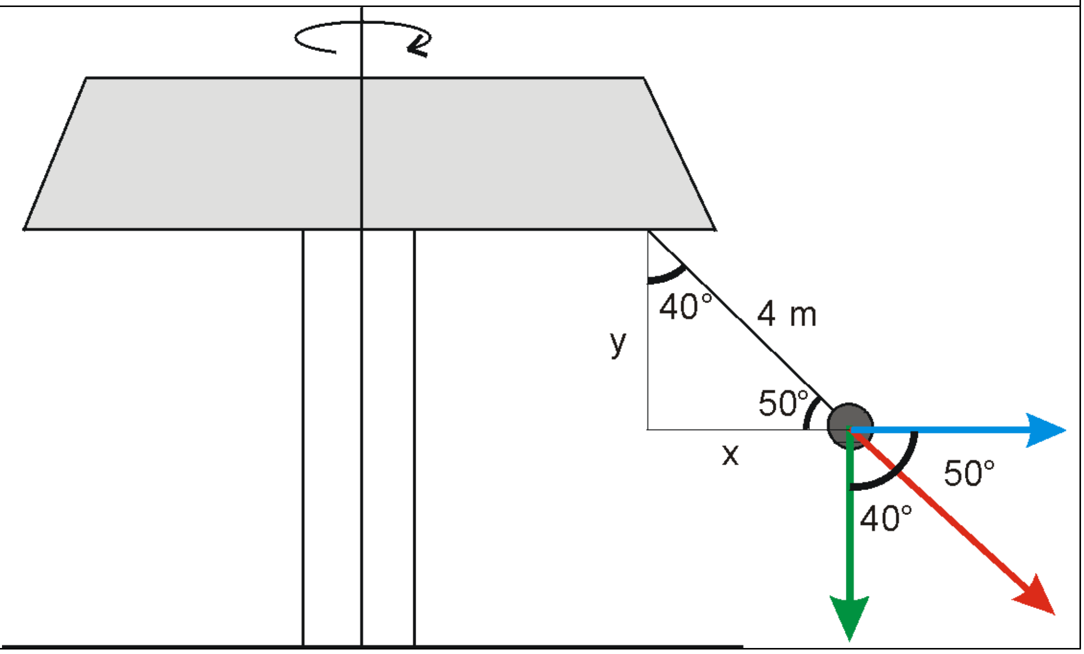


a) Bewegt sich das Karussell mit gleichmäßiger Fahrt, bleibt der Betrag der Geschwindigkeit konstant. Damit wirkt auch keine Kraft in Fahrtrichtung.
Es wirken zwei Kräfte: die Gewichtskraft nach unten und die Fliehkraft senkrecht zur Drehachse des Karussells. Die Fliehkraft ist eine Trägheitskraft (Scheinkraft). Sie ist genau so groß wie die Radialkraft, wirkt aber nach außen.
Es stellt sich eine solche Lage ein, dass die resultierende Kraft genau in einer Linie zur Aufhängung wirkt. Das heißt, aus Gewichtskraft und Fliehkraft ergibt sich ein Parallelgramm (hier Rechteck), dessen Diagonale die Verlängerung der Aufhängung ist.

b) Die Umlaufzeit ergibt sich aus der notwendigen Fliehkraft, um die Ketten um 40° gegen die Vertikale zu neigen.
Die Fliehkraft = Radialkraft berechnet sich:

$$F_R = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Dabei ist r der Abstand von der Drehachse, der aber jetzt größer ist als die 5 m. In der Skizze ist es die Strecke x.



</td></tr>
</table>

	Es ist zu erkennen, wie sich x errechnet: $\cos 50° = \frac{x}{4\,m}$ $x = \cos 50° \cdot 4\,m$ $x = 2{,}6\,m$ Damit ist die Gondel 7,6 m von der Drehachse entfernt. Die resultierende Kraft ist die Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck mit der Radialkraft und der Gewichtskraft als Katheten. Zwischen den beiden Katheten besteht der Zusammenhang: $\tan 40° = \frac{F_R}{F_G}$ $\tan 40° = \frac{m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot r}$ $\tan 40° = \frac{v^2}{g \cdot r}$ Die Geschwindigkeit bei der Kreisbewegung ist: $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$ T ist die gesuchte Größe, die Umlaufzeit. Einsetzen und umstellen: $\tan 40° = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2 \cdot g \cdot r}$ $\tan 40° = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2 \cdot g}$ $T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{\tan 40° \cdot g}}$ $T = 6\,s$ c) Die Zentrifugalkraft ist genau so groß wie die Radialkraft, also: $F_R = \frac{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2 \cdot r}$ $F_R = \frac{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2}$ $F_R = 583{,}4\,N$ d) Zur Berechnung der resultierenden Kraft verwendet man den Satz des Pythagoras: $F = \sqrt{F_R^2 + F_g^2}$ $F = 901\,N$
	b) Die Umlaufzeit beträgt 6 s. c) Auf die Peron wirkt eine Zentrifugalkraft von 583,4N. d) In seiner Sitzfläche verspürt er eine Kraft von 901N. Das ist auch die Kraft, die die Kette aufbringen muss. Schafft sie das nicht, reist sie.

2. Für jeden einzelnen Fall muss entschieden werden, welche der beiden Formeln zutrifft.

a) Den Zusammenhang zwischen Radialkraft und Bahngeschwindigkeit beschreibt die erste Formel. Sind die Masse und der Bahnradius konstant, gilt

$$F_R \sim v^2$$

Wird die Bahngeschwindigkeit vervierfacht, muss sich die **Radialkraft um das Sechzehnfache erhöhen**, um den Körper noch auf dieser Bahn zu halten.

b) Auch hier kann die erste Formel verwendet werden. Bei konstanter Masse und Bahngeschwindigkeit gilt

$$F_R \sim \frac{1}{r}$$

Wird der Radius verdoppelt, ist nur noch die **halbe Radialkraft** notwendig, um den Körper auf der Bahn zu halten.

c) Es wird jetzt die zweite Formel verwendet. Da Masse und Umlaufzeit konstant sind, gilt

$$F_R \sim r$$

Eine Verdopplung des Bahnradius bedeutet also eine **Verdopplung der notwendigen Radialkraft**.
Das widerspricht auf den ersten Blick der Aussage von Aufgabe b. Wenn die Umlaufzeit aber konstant bleibt, muss sich die Bahngeschwindigkeit vergrößert werden.

d) Für die letzte Aufgabe kommt wieder die zweite Formel zum Einsatz. Es bleibt nur der Bahnradius konstant, also gilt

$$F_R \sim \frac{m}{T^2}$$

Eine Halbierung der Masse bringt eine Halbierung der Radialkraft mit sich. Durch die Halbierung der Umlaufzeit wird die Kreisbewegung aber deutlich schneller, was auf Grund des Quadrates eine Vervierfachung der Radialkraft bewirkt.
Damit muss im Endeffekt die **Radialkraft verdoppelt** werden.