Schwingungen

62. Ein Pendel führt in 2 Minuten 90 Schwingungen aus. Bestimmen Sie die Frequenz der Schwingung in Hz.

570. Auf einem Spielplatz stehen sich zwei Schaukeln so gegenüber, dass sich die schaukelnden Kinder (oder Jugendliche) gerade so mit den Füßen berühren können, wenn sie beide gleichzeitig in die Mitte hin schaukeln. Nach einer solchen Berührung stellt man fest, dass bei der nächsten Schwingung das eine Kind eher in der Mitte ist als das andere. Nach genau 15 Schwingung hat das Kind, was schneller schaukelt, soweit aufgeholt, dass sich die Füße wieder berühren. Das andere Kind hat in dieser Zeit insgesamt 14 Schwingungen gemacht.
Gib an, wie lang die beiden Schaukeln sein könnten.

389. Um wie viel Prozent verkürzt sich die Periodendauer eines Fadenpendels, wenn es um ¼ seiner Länge gekürzt wird?

568. Von 2 Pendeln macht das eine 120 Schwingungen pro Minute und das andere 150 Schwingungen. In welchem Verhältnis stehen die Längen der Pendel?

Lösungen

62.

geg.:	$t = 2\,\text{min}$ $n = 90$	ges.:	f
Lösung:	Die Frequenz gibt an, wie viel Schwingungen in einer Sekunde durchgeführt werden. 1 Hz bedeutet eine Schwingung in einer Sekunde, 0,5 Hz eine halbe Schwingung je Sekunde, das Pendel würde also 2 Sekunden für eine Schwingung benötigen. Dieses Pendel macht in 120 Sekunden 90 Schwingungen, das sind in einer Sekunde $\frac{90}{120} = 0{,}75$ Schwingungen.		
Antwort:	Die Frequenz des Pendels beträgt 0,75 Hz.		

570. Für beide Schaukeln gilt die Schwingungsgleichung:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Bekannt ist, dass das eine Kind 15 Schwingungen macht, während das andere nur 14 Schwingungen schafft. Die Schwingungsdauer wird berechnet mit

$$T = \frac{t}{n},$$

wobei n die Anzahl der Schwingungen und t die dazu benötigte Zeit ist. Da die Zeit t für die beiden Bewegungen gleich groß ist, gilt:

$$T \sim \frac{1}{n}$$

$$T \cdot n = \text{konstant}$$

$$T_1 \cdot n_1 = T_2 \cdot n_2$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Aus der Schwingungsgleichung lässt sich ableiten:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{\ell_1}}{\sqrt{\ell_2}}$$

also

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{\ell_1}}{\sqrt{\ell_2}}$$

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = \frac{\ell_1}{\ell_2}$$

$$\left(\frac{14}{15}\right)^2 = \frac{\ell_1}{\ell_2}$$

$$0{,}87 = \frac{\ell_1}{\ell_2}$$

$$\ell_1 = 0{,}87 \cdot \ell_2$$

Die schnellere Schaukel ist 0,87 mal so lang wie die langsame. Geht man bei der langsamen Schaukel z.B. von einer üblichen Länge von 3 m aus, so ist die andere Schaukel nur 2,6 m lang.

Dabei ist nicht die Länge der Aufhängung des Sitzes gemeint, sondern die Lage des Schwerpunktes des Kindes.

389.

<table>
<tr><td>geg.:</td><td>$l_2 = 0{,}75 l_1$</td><td>ges.:</td><td>T_2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Lösung:</td><td colspan="2">Die Schwingungsdauer eines Pendels berechnet sich nach der Formel:
$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$
Für das gesuchte Pendel ist das dann:
$T_2 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{g}}$
$T_2 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}75 \cdot l_1}{g}}$
$T_2^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{0{,}75 \cdot l_1}{g}$</td><td>Nebenrechnung:
Für das erste Pendel wird die Formel nach der Länge umgestellt:
$T_1 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}$
$l_1 = \frac{T_1^2 \cdot g}{4 \cdot \pi^2}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">In diese Gleichung wird die Länge des ersten Pendels eingesetzt:
$T_2^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}75 \cdot T_1^2 \cdot g}{4 \cdot \pi^2 \cdot g}$
$T_2^2 = 0{,}75 \cdot T_1^2$
$T_2 = T_1 \cdot \sqrt{0{,}75}$
$T_2 = 0{,}87 \cdot T_1$</td></tr>
<tr><td>Antwort:</td><td colspan="3">Die Schwingungsdauer verkürzt sich um 13%.</td></tr>
</table>

568. Es wird die Gleichung für die Schwingungsdauer des mathematischen Pendels verwendet:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Aus dieser Gleichung kann der Zusammenhang zwischen Schwingungsdauer und Länge des Pendels abgelesen werden:

$$T \sim \sqrt{\ell}$$

$$\frac{T}{\sqrt{\ell}} = \text{konstant}$$

Da in der Aufgabenstellung die Schwingungen je Zeit, also die Frequenz, angegeben sind, wird an Stelle der Schwingungsdauer T der Kehrwert verwendet, da

$$T = \frac{1}{f},$$

also

$$f \cdot \sqrt{\ell} = \text{konstant}$$

$$f_1 \cdot \sqrt{\ell_1} = f_2 \cdot \sqrt{\ell_2}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\sqrt{\ell_2}}{\sqrt{\ell_1}}$$

$$\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 = \frac{\ell_2}{\ell_1}$$

$$\left(\frac{120}{150}\right)^2 = \frac{\ell_2}{\ell_1}$$

$$\frac{\ell_2}{\ell_1} = 0{,}64$$

Das Pendel mit der größeren Schwingungsanzahl ist um den Faktor 0,64 kürzer als das mit der kleineren Anzahl.