

## Druck

### Aufgaben

1. Wie groß ist der Auflagedruck eines Würfels mit der Kantenlänge von 8 cm, der aus Holz gefertigt wurde ( $\rho = 0,8 \text{ g/cm}^3$ )?

2. Ein frisches Ei wird mit einer Kraft von 10 N auf die Nadelspitze eines Eipickers ( $A = 0,01 \text{ mm}^2$ ) gedrückt. Welcher Druck wirkt auf die Eierschale?

3. Der Druck in einer Wasserleitung beträgt 500 kPa. Mit welcher Kraft muss man auf ein Loch mit  $2 \text{ cm}^2$  drücken, um es zuzuhalten?  
Zeige mit Hilfe der Gleichung für den Druck, wie sich diese Kraft verändert, wenn das Loch kleiner ist.

4.

An einer hydraulischen Hebebühne beträgt die Fläche des Pumpenkolbens  $5 \text{ cm}^2$ . Es wirkt eine Kraft von 200 N.

a) Wie schwer darf der zu hebende Körper und der Arbeitskolben zusammen höchstens sein, bei einer Fläche des Arbeitskolbens von  $15 \text{ dm}^2$ .

b) Berechne den auftretenden Druck in Pa und bar.

5. Mit einer hydraulischen Anlage soll ein Körper mit 60 kN Gewicht um 2 m angehoben werden. Die Fläche des kleinen Kolbens für die Pumpe beträgt  $5 \text{ cm}^2$ , die des großen Kolbens für die Hebebühne  $400 \text{ cm}^2$ .

a) Berechne den Druck in der Flüssigkeit.

b) Berechne die notwendige Kraft am Pumpenkolben.

c) Um welche Wegstrecke muss der Pumpenkolben bewegt werden?

d) Zeige an dieser hydraulischen Anlage, dass die *Goldene Regel der Mechanik* gilt.

## Lösungen

1.

|          |  |       |     |
|----------|--|-------|-----|
| geg.:    | $\ell = 8 \text{ cm}$<br>$\rho = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$   | ges.: | $p$ |
| Lösung:  | <p>Der Druck ist</p> $p = \frac{F}{A}$ <p>Die Kraft ist die Gewichtskraft und die Fläche eine der Seitenflächen des Würfels.</p> <p>Gewichtskraft:</p> $F = m \cdot g$ <p>Die Masse erhält man über die Dichte und das Volumen:</p> $\rho = \frac{m}{V}$ $m = \rho \cdot V$ <p>und das Volumen des Würfels über die Kantenlänge:</p> $V = \ell^3$ <p>Damit wird dann die Masse:</p> $m = \rho \cdot \ell^3$ <p>Fläche:</p> $A = \ell^2$ <p>Damit lässt sich nun der Druck berechnen:</p> $p = \frac{\rho \cdot \ell^3 \cdot g}{\ell^2}$ $p = \rho \cdot \ell \cdot g$ $p = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 8 \text{ cm} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ <p>Bevor gerechnet werden kann, müssen die Einheiten umgerechnet werden.</p> $p = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $p = 628 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2}$ $p = 628 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2}$ $p = 628 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ $p = 628 \text{ Pa}$ |       |     |
| Antwort: | Der Auflagedruck des Holzwürfels ist 628 Pa.   |       |     |

**2.**

|          |  |       |   |
|----------|--|-------|---|
| geg.:    | $F=10\text{N}$<br>$A=0,01\cdot 10^{-6}\text{ m}^2$                                     | ges.: | p |
| Lösung:  | $p=\frac{F}{A}$ $p=\frac{10\text{N}}{0,01\cdot 10^{-6}\text{ m}^2}$ $p=1000\text{MPa}$ |       |   |
| Antwort: | Unter der Nadel des Eipickers wirkt ein Druck von 1000 MPa.                            |       |   |

**3.**

|          |   |       |   |
|----------|---|-------|---|
| geg.:    | $p=500\cdot 10^3\text{ Pa}$<br>$A=2\text{cm}^2$   | ges.: | F |
| Lösung:  | <p>Es gilt die Gleichung</p> $p=\frac{F}{A}$ $F=p\cdot A$ <p>Vor dem Einsetzen muss die Fläche in Quadratmeter umgerechnet werden. Allgemein gilt:</p> $1\text{cm}^2=1\cdot 10^{-4}\text{ m}^2$ <p>Damit sind</p> $2\text{cm}^2=2\cdot 10^{-4}\text{ m}^2$ <p>Jetzt kann eingesetzt werden:</p> $F=500\cdot 10^3\text{ Pa}\cdot 2\cdot 10^{-4}\text{ m}^2$ $F=500\cdot 10^3\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\cdot 2\cdot 10^{-4}\text{ m}^2$ $F=100\text{N}$ <p>Das ist so viel Kraft, wie man zum Heben eines vollen Wassereimers benötigt.</p> <p>In der Wasserleitung ist auch bei Verkleinerung des Loches immer noch der gleiche Druck. Also ist <math>p=\text{konstant}</math>.</p> <p>Damit ist zwischen der Kraft und der Fläche des Loches eine direkte Proportionalität:</p> $F\sim A$ <p>Wird das Loch kleiner, wird auch die Kraft kleiner, die man braucht, um das Loch zuzuhalten. Ein kleines Loch lässt sich leichter zuhalten als ein großes Loch.</p> |       |   |
| Antwort: | Zum Zuhalten des Loches in der Wasserleitung ist eine Kraft von 100 N notwendig   |       |   |

4.

|          |  |       |       |
|----------|--|-------|-------|
| geg.:    | $A_1 = 5 \text{ cm}^2$<br>$F_1 = 200 \text{ N}$<br>$A_2 = 15 \text{ dm}^2 = 1500 \text{ cm}^2$   | ges.: | $F_2$ |
| Lösung:  | <p>a) Eine hydraulische Anlage sind zwei verbundene Kolben, die eine unterschiedliche Fläche haben. Der Druck in beiden Kolben ist gleich.</p> $p_1 = p_2$ $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$ $F_1 \cdot A_2 = F_2 \cdot A_1$ $F_2 = \frac{F_1 \cdot A_2}{A_1}$ $F_2 = \frac{200 \text{ N} \cdot 1500 \text{ cm}^2}{5 \text{ cm}^2}$ $F_2 = 60000 \text{ N}$ $F_2 = 60 \text{ kN}$ <p>b)</p> $p = \frac{F_1}{A_1}$ $p = \frac{200 \text{ N}}{5 \text{ cm}^2}$ $p = \frac{200 \text{ N}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}$ $p = 400000 \text{ Pa}$ $p = 400 \text{ kPa}$ $p = 4 \text{ bar}$ |       |       |
| Antwort: | Die Hebebühne kann Gewichte bis 60 kN heben. Das entspricht einer Masse von 6 t.<br>Der Druck in der Anlage beträgt 400 kPa oder 4 bar.  |       |       |

## 5.

|         |  |       |                              |
|---------|--|-------|------------------------------|
| geg.:   | $F_2 = 60 \text{ kN}$<br>$s_2 = 2 \text{ m}$<br>$A_2 = 400 \text{ cm}^2$<br>$A_1 = 5 \text{ cm}^2$   | ges.: | a) p<br>b) $F_1$<br>c) $s_1$ |
| Lösung: | <p>a) Die Zuordnung der Größen zu den Formelzeichen erfolgt so, dass der kleine Kolben der Pumpkolben 1 und der große der Arbeitskolben 2 ist. Der Arbeitskolben soll das Gewicht anheben. In beiden Kolben ist der Druck gleich:</p> $p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$ $p = \frac{60 \cdot 10^3 \text{ N}}{400 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}$ $p = 1,5 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ $p = 1,5 \text{ MPa}$ <p>b) Aus der Druckgleichheit an beiden Kolben ergibt sich:</p> $p_1 = p_2$ $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$ $F_1 = \frac{F_2}{A_2} \cdot A_1$ $F_1 = \frac{60 \cdot 10^3 \text{ N}}{400 \text{ cm}^2} \cdot 5 \text{ cm}^2$ $F_1 = 750 \text{ N}$ <p>c) An der hydraulischen Anlage verhalten sich die Wege umgekehrt wie die Kräfte:</p> $\frac{s_1}{s_2} = \frac{F_2}{F_1}$ $s_1 = \frac{F_2}{F_1} \cdot s_2$ $s_1 = \frac{60 \cdot 10^3 \text{ N}}{750 \text{ N}} \cdot 2 \text{ m}$ $s_1 = 160 \text{ m}$ |       |                              |

|          |  |
|----------|--|
|          | <p>d) Goldene Regel der Mechanik: Was man an einer kraftumformenden Einrichtung an Kraft einspart, muss man an Weg zusetzen.<br/> Oder: Mit einer kraftumformenden Einrichtung kann keine Arbeit eingespart werden.<br/> Für die hydraulische Anlage bedeutet das, dass die Arbeit am Arbeitskolben und am Pumpenkolben gleich sind.<br/> Nachweis:</p> $W_1 = W_2$ $F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$ $750\text{N} \cdot 160\text{m} = 60 \cdot 10^3 \text{N} \cdot 2\text{m}$ $120000\text{Nm} = 120000\text{Nm}$ <p>Die verrichtete Arbeit ist auf beiden Seiten gleich.<br/> Hinweis: Die Lösung von Aufgabe c) setzt die Gleichheit der Arbeiten bereits voraus.</p> |
| Antwort: | <p>a) In der hydraulischen Anlage herrscht ein Druck von 1,5 MPa.<br/> b) Am Pumpkolben sind 750 N notwendig, um am Arbeitskolben 60 kN zu heben.<br/> c) Um den Pumpkolben 2 m zu heben, muss sich der Arbeitskolben um 160 senken. Da das technisch sinnlos wäre, wird der lange Weg über mehrere kurze Wege realisiert. Ein Ventil verhindert das Rückfließen des Öls.</p>  |