Aufgaben: Mechanische Arbeit, Energie, Leistung

Lösungen

725.

geg.:	$m = 5600\,kg$ $h = 250\,m$ $v = 180\,\frac{km}{h} = 50\,\frac{m}{s}$	ges.:	E_{pot}, E_{kin}
Lösung:	Die einzelnen Energien müssen berechnet werden: $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ $E_{pot} = 5600\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 250\,m$ $E_{pot} = 13{,}7\,MJ$ $E_{kin} = \frac{m}{2} \cdot v^2$ $E_{kin} = \frac{5600\,kg}{2} \cdot \left(50\,\frac{m}{s}\right)^2$ $E_{kin} = 7\,MJ$		
Antwort:	Die potenzielle Energie ist etwa doppelt so groß wie die kinetische Energie.		

221.

geg.:	$m=950\,kg$ $t=4\,s$ $v_1=50\frac{km}{h}=13{,}9\frac{m}{s}$ $v_2=90\frac{km}{h}=25\ \frac{m}{s}$	ges.:	a) s b) W c) v
Lösung:	a) $s=\frac{a}{2}\cdot t^2+v_0\cdot t \quad \text{mit } a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ $s=78\,m$ b) Die notwendige Beschleunigungsarbeit ist die Differenz der kinetischen Energien nach und vor dem Beschleunigungsvorgang. $W=E_{kin2}-E_{kin1}$ $W=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_2^2-\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_1^2$ $W=\frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(v_2^2-v_1^2\right)$ $W=205\,kJ$ c) Zur Berechnung der Geschwindigkeit, die mit dieser Energie aus dem Stand erreicht wird, setzt man die kinetische Energie E_{kin1} = 0. $W=E_{kin2}-0$ $W=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_2^2$ $v_2=\sqrt{\frac{2\cdot W}{m}}$ $v_2=20{,}8\frac{m}{s}$ Mit der Beschleunigungsarbeit, die das Auto von 50km/h auf 90 km/h beschleunigt, kann es aus dem Stand eine Geschwindigkeit von 74,8 km/h erreichen. Der Grund dafür ist die quadratische Abhängigkeit der kinetischen Energie von der Geschwindigkeit. Dieser Zusammenhang ist autofahrerunfreundlich!		
Antwort:	Das Auto legt in dieser Zeit einen Weg von 78 m zurück. Es wird eine Beschleunigungsarbeit von 205 kJ verrichtet. Mit dieser Arbeit kommt das Auto aus dem Stand auf eine Geschwindigkeit von 74,8 km/h.		

770.

geg.:		ges.:	
	$m=50\,kg$ $s=40\,m$ $\alpha=40°$ $\mu=0{,}1$		v, E_{kin}

Lösung:

a) Es wird bei der Abfahrt die potenzielle Energie, die die Skiläuferin hat, vollständig in kinetische Energie umgewandelt. Die kinetische Energie ist von der Masse und der Geschwindigkeit abhängig. Bei bekannter Masse und Energie lässt sich die Geschwindigkeit berechnen.
Zuerst muss die potenzielle Energie zu Beginn des Ablaufes berechnet werden:

$$E_{pot}=m\cdot g\cdot h$$

h ist die Höhe über dem Fußpunkt, die aber noch nicht gegeben ist. ^Sie kann mit Hilfe einer Winkelbeziehung bestimmt werden:

$$\sin\alpha=\frac{h}{s}$$

$$h=\sin\alpha\cdot s$$

$$h=\sin 40°\cdot 40\,m$$

$$h=25{,}7\,m$$

Damit lässt sich die potenzielle Energie berechnen:

$$E_{pot}=m\cdot g\cdot h$$

$$E_{pot}=50\,kg\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 25{,}7\,m$$

$$E_{pot}=12{,}6\,kJ$$

Das ist auch die kinetische Energie, die bei einer reibungsfreien Bewegung am Fußpunkt in der Skifahrerin steckt.
Die Geschwindigkeit ist dann:

$$E_{kin}=\frac{m}{2}\cdot v^2$$

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot E_{kin}}{m}}$$

$$v=22{,}5\frac{m}{s}$$

b) Bei einer Bewegung unter Berücksichtigung der Reibung wird das ganze etwas komplizierter. Die potenzielle Energie zu Beginn wird währende der gesamten Abfahrt in Wärmeenergie durch Reibungsarbeit und kinetische Energie umgewandelt. Es gilt jetzt also:

$$E_{pot}=W_{reib}+E_{kin}$$

Die Reibungsarbeit berechnet sich nach

$$W_{reib}=\mu\cdot F_N\cdot s$$

Die Normalkraft FN ist die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf die Oberfläche drückt und damit vom Winkel abhängig. Es gilt:

$$F_N=F_G\cdot\cos\alpha$$

	Damit lässt sich die komplette Gleichung schreiben: $m \cdot g \cdot h = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot s + \frac{m}{2} \cdot v^2$ In dieser Gleichung ist alles außer der Geschwindigkeit bekannt, aber um die geht es ja. $g \cdot h = \mu \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot s + \frac{1}{2} \cdot v^2$ $\frac{1}{2} \cdot v^2 = g \cdot h - \mu \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot s$ $v^2 = 2 \cdot (g \cdot h - \mu \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot s)$ $v^2 = 2 \cdot g \cdot (h - \mu \cdot \cos\alpha \cdot s)$ $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - \mu \cdot \cos\alpha \cdot s)}$ $v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot (25{,}7\,m - 0{,}1 \cdot \cos 40° \cdot 40\,m)}$ $v = 21{,}1 \frac{m}{s}$ Damit ist die kinetische Energie am Fußpunkt: $E_{kin} = \frac{m}{2} \cdot v^2$ $E_{kin} = 11{,}1\,kJ$ Der Unterschied der Energien beträgt 1,5 kJ, die in Wärmeenergie umgewandelt wurde.
Antwort:	Bei einer reibungsfreien Bewegung beträgt die Geschwindigkeit am Fußpunkt 22,5 m/s und bei Berücksichtigung der Reibung 21,1 m/s. Die Energiedifferenz ist 1,5 kJ groß. Diese Energie wurde durch Reibung in Wärme umgewandelt.

798.

geg.:	$V = 700\,\ell$ $t = 1h$ $h = 33\,m$	ges.:	P
Lösung:	Die Leistung ist die verrichtete Arbeit je Zeit, also $P = \frac{W}{t}$ Die Arbeit ist die Hubarbeit: $W = m \cdot g \cdot h$ Die 700 Liter Wasser haben eine Masse von 700 kg. Die Zeit muss in Sekunden eingesetzt werden. Damit lässt sich die Leistung berechnen: $P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t}$ $P = \frac{700\,kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 33\,m}{3600\,s}$ $P = 63\,W$		
Antwort:	Die Pumpe sollte mindestens 63 W haben. Bei einem Wirkungsgrad von 50% sollte es aber wenigstens eine 150 W-Pumpe sein.		