

Aufgaben Interferenz am Gitter

38. Auf ein optisches Gitter mit der Gitterkonstante $4,00 \cdot 10^{-6}$ m fällt Licht der Wellenlänge 694 nm senkrecht ein. Das Interferenzbild wird auf einem $e = 2,00$ m entfernten ebenen Schirm beobachtet, der parallel zum Gitter steht.

a) Berechnen Sie den Abstand der auf dem Schirm sichtbaren Helligkeitsmaxima 1. Ordnung voneinander.

b) Bis zur wievielten Ordnung können theoretisch Helligkeitsmaxima auftreten?

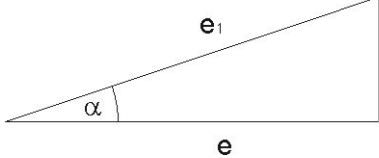
c) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Spektren 2. und 3. Ordnung einander überlappen, wenn sichtbares Licht aus dem Wellenlängenintervall $400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 750 \text{ nm}$ benutzt wird!

152. 2,00 m vor einem optischen Gitter mit 5000 Strichen pro cm ist ein 3,20 m breiter Schirm so aufgestellt, dass das Maximum 0. Ordnung in seine Mitte fällt. Das Gitter wird mit parallelem weißem Glühlicht senkrecht beleuchtet. Welche Wellenlänge hat das Licht, das am Rand des Schirms gerade noch zu sehen ist?

162. Senkrecht auf ein optisches Gitter mit 200 Strichen pro mm fällt weißes Licht ($400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 800 \text{ nm}$).

Vor das Gitter bringt man einen Filter, der laut Angabe der Lieferfirma nur Licht der Wellenlänge $\lambda > 600 \text{ nm}$ durchlassen soll. Stimmt diese Angabe, wenn man auf einem Schirm in 0,94m Entfernung den Abstand der beiden Innenränder der Maxima 1. Ordnung zu 230mm misst?

Lösungen
38.

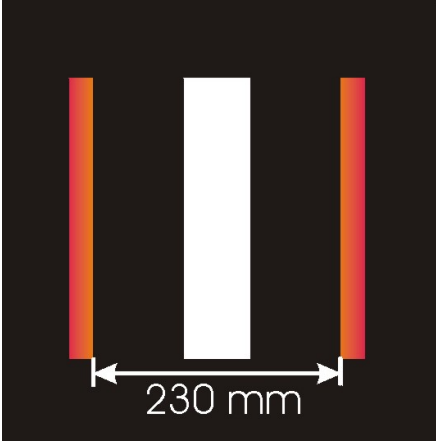
geg.:	$b = 4,00 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ $\lambda = 694 \text{ nm}$ $e = 2,00 \text{ m}$	ges.:	a) $2 \cdot s_1$ b) k
Lösung:	a) Es wird nach der Gleichung für Maxima am Gitter der Abstand des 1. Maximum vom 0. Maximum berechnet. $\frac{\lambda}{b} = \frac{s_1}{e_1}$		
Berechnung von e_1 : Für Maxima gilt: $\sin \alpha = \frac{\lambda}{b}$ $\alpha = 10^\circ$	$\cos \alpha = \frac{e}{e_1}$ $e_1 = \frac{e}{\cos \alpha}$ $e_1 = 2,03 \text{ m}$		
Mit dieser Entfernung Gitter - Maximum lässt sich nun die gesuchte Größe berechnen: $\frac{\lambda}{b} = \frac{s_1}{e_1}$ $s_1 = \frac{\lambda}{b} \cdot e_1$ $s_1 = 0,35 \text{ m}$ $2 \cdot s_1 = 0,7 \text{ m}$ b) Der Ablenkwinkel α am Gitter kann maximal 90° betragen. Mit diesem Winkel wird k berechnet. $\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{b}$ $k = \frac{\sin \alpha \cdot b}{\lambda}$ $k = \frac{1,400 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{694 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$ $k = 5,76$ k muss eine natürliche Zahl sein. Auf dem Schirm ist also maximal das 5. Maximum zu erkennen. Das 6. Maximum liegt schon außerhalb. c) Ab dem 1. Maximum sind die hellen Streifen farbig. Innen (zum 0. Maximum hin) liegt blaues Licht, außen rotes Licht. Das heißt, es muss überprüft werden, ob sich das rote Licht (750 nm) des 2. Maximum mit dem blauen Licht (400 nm) des 3. Maximum überlappen. Dazu werden die Winkel berechnet.			

	$\sin \alpha_{2r} = \frac{k \cdot \lambda_r}{b}$ $\sin \alpha_{2r} = \frac{2 \cdot 750 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{4 \cdot 10^{-6} \text{ m}}$ $\alpha_{2r} = 22^\circ$	$\sin \alpha_{3b} = \frac{k \cdot \lambda_b}{b}$ $\sin \alpha_{2r} = \frac{3 \cdot 400 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{4 \cdot 10^{-6} \text{ m}}$ $\alpha_{2r} = 17,5^\circ$
	<p>Das rote Licht des 2. Maximums wird stärker abgelenkt als das blaue Licht des 3. Maximum. Damit überlappen sich die beiden Maxima.</p>	
<p>Antwort:</p>	<p>a) Die beiden Maxima 1. Ordnung haben einen Abstand von 70 cm. b) Die Maxima sind bis zur 5. Ordnung zu erkennen. c) Beide Maxima überlappen sich.</p>	

152.

geg.:	<p>5000 Striche/cm = 500000 Striche/m</p> <p>$b = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$</p> <p>$s_n = 1,6 \text{ m}$</p> <p>$e = 2 \text{ m}$</p> <p>$\lambda_r = 800 \text{ nm}$</p> <p>$\lambda_b = 400 \text{ nm}$</p>	ges.:	λ
Lösung:	<p>Neben dem Maximum 0. Ordnung sind auf dem Schirm weiter Maxima zu sehen. Eins davon wird gerade am Rand des Schirmes stehen. Die Wellenlänge der Farbe, die genau am Rand steht, ist gesucht.</p> <p>1. Welches Maximum steht am Rand? Dazu wird der Abstand Mitte Gitter zum äußeren Rand des Schirmes berechnet:</p> $e_n = \sqrt{e^2 + s_n^2}$ $e_n = \sqrt{2^2 \text{ m}^2 + 1,6^2 \text{ m}^2}$ $e_n = 2,56 \text{ m}$ <p>Mit diesem Abstand geht man in die Maximumsgleichung für den Doppelspalt (Gitter) und berechnet die Nummer des Maximums. Als Wellenlänge verwendet man die größte und die kleinste des sichtbaren Lichtes.</p> $\frac{n \cdot \lambda}{b} = \frac{s_n}{e_n}$ $n = \frac{s_n \cdot b}{\lambda \cdot e_n}$ $n = \frac{1,6 \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{400 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 2,56 \text{ m}}$ $n = 3,125$ $n = \frac{1,6 \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{800 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 2,56 \text{ m}}$ $n = 1,56$ <p>Das bedeutet, dass in der Nähe des Randes das 2. und das 3. Maximum liegen und sich eventuell überlagern.</p> <p>2. Damit kann man nun die Wellenlänge berechnen.</p> $\frac{n \cdot \lambda}{b} = \frac{s_n}{e_n}$ $\lambda = \frac{s_n \cdot b}{n \cdot e_n}$ $\lambda = \frac{1,6 \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{3 \cdot 2,56 \text{ m}}$ $\lambda = 416 \text{ nm}$ $\lambda = \frac{1,6 \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{2 \cdot 2,56 \text{ m}}$ $\lambda = 625 \text{ nm}$		
Antwort:	<p>Am Rand überlagern sich zwei Wellenlängen: die 416 nm vom 3. Maximum und die 625 nm vom 2. Maximum. Das ist violettes und rotes Licht zusammen.</p>		

162.

geg.:	$b = \frac{1}{200} \text{ mm} = \frac{1}{200} \cdot 10^{-3} \text{ m}$ $\lambda_1 = 600 \text{ nm} = 600 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ $e = 0,94 \text{ m}$ $s_1 = 115 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ $n = 1$	ges.:	λ_2
Lösung:	<p>Es muss die Wellenlänge berechnet werden, die diese Messwerte liefert und mit der geforderten Wellenlänge vergleichen. An den Innenrändern der Maxima liegt das Licht mit der kürzeren Wellenlänge (orange). Der Filter soll nur Licht mit einer größeren Wellenlänge, also rotes Licht, hindurch lassen. Dieses Licht hat sein Interferenzmaximum noch weiter außen.</p> $\frac{n \cdot \lambda}{b} = \frac{s}{e}$ $\lambda = \frac{s}{e_1} \cdot b \text{ mit } e_1 = \sqrt{s_1^2 + e^2}$ $\lambda = 607 \text{ nm}$		
Antwort:	<p>Der Filter lässt einer max. Wellenlänge von 607 nm hindurch. Damit stimmt unter Berücksichtigung von Messfehlern die Angabe der Lieferfirma. Der Filter lässt nur Licht durch, dessen Wellenlänge größer als 600 nm ist.</p>		