

Aufgaben Newtonsche Gesetze

1. Ein Hammer der Masse 500 g schlägt waagrecht mit $4,0 \text{ ms}^{-1}$ auf einen Nagel. Dieser gibt 2 cm nach. Wie groß ist die mittlere Kraft des Hammers? Wie groß ist sie, wenn der Nagel fester sitzt und nur um 0,5 mm nachgibt?
Zeigen Sie, dass die Kraft des Hammers automatisch mit der Härte des Widerstandes steigt. Formulieren Sie damit eine „Theorie des blauen Daumens“.
2. Der Motor eines Autos (Masse 800 kg) beschleunigt das Fahrzeug in 11 Sekunden vom Stillstand auf die Geschwindigkeit 100 km/h. Welche Kraft muss der Motor kontinuierlich aufbringen?
3. Der Motor eines Fahrzeuges der Masse 1100 kg erzeugt kontinuierlich eine Kraft von 8 kN. 32 % der aufgewendeten Kraft können zur Beschleunigung des Fahrzeuges verwendet werden. Welche Geschwindigkeit (in km/h) erreicht das Fahrzeug in 10 Sekunden, wenn es aus dem Stand heraus beschleunigt?
4. Ein Airbus A380 hat eine maximale Startmasse von 560 t. Er wird von vier Triebwerken angetrieben, von denen jedes eine Schubkraft von 311 kN bringt. Der Airbus hebt bei einer Geschwindigkeit von 260 km/h ab. Die Hälfte der Schubkraft wird zur Überwindung von Reibungswiderständen genutzt.
Wie lang muss die Startbahn mindestens sein?
5. Ein Wagen von 1000 kg Masse soll auf einer Straße bei 15° Neigung mit konstanter Geschwindigkeit nach oben gezogen werden.
 - a) Wie groß ist die Kraft?
 - b) Der Wagen wird auf der abschüssigen Straße abgestellt. Welche Kraft müssen die Bremsen aufbringen, damit er nicht hinunter rollt?
 - c) Der Wagen wird nun mit einer Beschleunigung von $1,0 \text{ m/s}^2$ bergauf gezogen. Welche Kraft ist dafür notwendig?
 - d) Der Berg hat eine Länge von 20 m. Welche Geschwindigkeit hat der Wagen auf dem Gipfel, wenn er am Fuß stand und mit $1,0 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung gleichmäßig beschleunigt nach oben bewegt wird?

Lösungen

1.

geg.:	$m = 0,5 \text{ kg}$ $v = 4,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $s_1 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ $s_2 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	ges.:	F_1, F_2
Lösung:	Der Hammer wird auf der gegebenen Strecke gleichmäßig abgebremst, es wirkt das Newtonsche Grundgesetz: $F = m \cdot a$ Die Beschleunigung berechnet sich aus der Anfangsgeschwindigkeit und der Bremsstrecke: $a = \frac{v}{t}$ $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ Beide Gleichungen werden nach t umgestellt und gleichgesetzt: $t = \frac{v}{a}$ $t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$ $\frac{v}{a} = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$ $\frac{v^2}{a^2} = \frac{2 \cdot s}{a}$ $a = \frac{v^2}{2s}$ Das setzt man in das Newtonsche Grundgesetz ein: $F = m \cdot \frac{v^2}{2s}$ $F_1 = 0,5 \text{ kg} \cdot \frac{16 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$ $F_1 = 200 \text{ N}$ $F_2 = 8000 \text{ N}$ In der letzten Gleichung betrachtet man die Masse des Hammers sowie die Geschwindigkeit als konstant. Dann gilt: $F \sim \frac{1}{s}$ s ist die Eindringtiefe, die um so kleiner ist, je härter der Gegenstand ist. Da die Kraft umgekehrt proportional zu Eindringtiefe ist, steigt die Kraft mit härter werdendem Gegenstand. Auf einem mit Fett gepolsterten Daumen wirkt der Schlag eines Hammers nicht so schlimm wie auf einen mageren Daumen. Babys haben an allen möglichen und unmöglichen Stellen Fett (z.B. auf der Kniescheibe), um so die vielen Stürze unbeschadet zu überstehen.		
Antwort:	Wenn der Nagel bei einem Schlag 2 cm nachgibt, beträgt die wirkende Kraft 200 N. Sitzt er fester und gibt nur 0,5 mm nach, ist die wirkende Kraft 8000 N groß.		

2. Lösung: 2 kN

3.

geg.:	$m=1100\text{ kg}$ $F=8\text{ kN}$ $\eta=0,32$ $t=10\text{ s}$	ges.:	v
Lösung:	Da die Kraft kontinuierlich wirkt, ist die Bewegung gleichmäßig beschleunigt. Für die Endgeschwindigkeit gilt, wenn aus dem Stand beschleunigt wird: $v=a \cdot t$ Die Beschleunigung ergibt sich aus dem Newtonschen Grundgesetz. Für die Kraft setzt man 2,56 kN ein, nämlich die 32% der Gesamtkraft: $F=m \cdot a$ $a=\frac{F}{m}$ $a=\frac{2,56 \cdot 10^3\text{ N}}{1,1 \cdot 10^3\text{ kg}}$ $a=2,33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ Damit errechnet sich die Endgeschwindigkeit: $v=2,33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{ s}$ $v=23,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v=83,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$		
Antwort:	Die Geschwindigkeit beträgt nach 10 s rund 84 km/h.		

4.

geg.:	$m = 560 \cdot 10^3 \text{ kg}$ $F = 311 \cdot 10^3 \text{ N}$ $v = 260 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	ges.:	s
Lösung:	Wenn die vier Triebwerke während des Starts eine konstante Kraft wirken lassen, kann die Bewegung von Anfahren bis zum Abheben als gleichmäßig beschleunigt betrachtet werden. Damit gilt für die gesuchte Strecke: $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ Die Zeit lässt sich aus der bekannten Startgeschwindigkeit bestimmen: $a = \frac{v}{t}$ $t = \frac{v}{a}$ Das wird eingesetzt: $s = \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2}$ $s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$ Jetzt fehlt aber noch die Beschleunigung. Die lässt sich mit dem Newtonschen Grundgesetz angeben: $F = m \cdot a$ $a = \frac{F}{m}$ Und eingesetzt: $s = \frac{v^2 \cdot m}{2 \cdot F}$ Damit kann die Länge der Startbahn berechnet werden. Die Geschwindigkeit muss noch in Grundeinheiten umgerechnet und die Kraft von zwei Triebwerken verwendet werden (zwei Triebwerke dienen der Überwindung der Reibung.): $s = \frac{\left(72,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 560 \cdot 10^3 \text{ kg}}{2 \cdot 2 \cdot 311 \cdot 10^3 \text{ N}}$ $s = 2347 \text{ m}$ In den Datenblättern findet man einen Wert von etwa 3 km.		
Antwort:	Der Airbus A380 braucht zum Start eine mindestens 2,35 km lange Bahn.		

5.

geg.:	$m = 1000 \text{ kg}$ $\alpha = 15^\circ$ $a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	ges.:	a) F_1 b) F_2 c) F_3 d) v
Lösung:	a) Da der Wagen mit konstanter Geschwindigkeit gezogen werden soll, muss die Kraft, die ihn nach oben zieht genau so groß sein wie die Kraft, die ihn nach unten zieht (Trägheitsgesetz). Die nach unten ziehende Kraft ist die Hangabtriebskraft F_H $F_1 = F_H$ $F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ $F_1 = 2539 \text{ N}$ b) Der Wagen soll die Geschwindigkeit = 0 haben. Nach dem Trägheitsgesetz muss der dazu wieder kräftefrei sein. Nach unten wirkt die Hangabtriebskraft, die Bremsen müssen eine gleich große Kraft aufbringen. $F_2 = 2539 \text{ N}$ c) Zusätzlich zu der Kraft aus Aufgabe a) muss jetzt noch eine beschleunigende Kraft wirken. $F_3 = F_H + F_b$ $F_3 = m \cdot g \cdot \sin \alpha + m \cdot a$ $F_3 = m \cdot (g \cdot \sin \alpha + a)$ $F_3 = 3539 \text{ N}$ d) Es ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung ($F = \text{konst.}$) mit der Anfangsgeschwindigkeit 0 und dem Anfangsweg 0, also $v = a \cdot t$ $v = a \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}, \text{ da } s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ $v = 6,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v = 22,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$		
Antwort:	a) Um den Wagen mit konstanter Geschwindigkeit nach oben zu ziehen, ist eine Kraft von 2539 N notwendig. b) Damit der Wagen am Abhang stehen bleiben kann, muss eine Bremskraft von 2539 N wirken. c) Damit der Wagen den Abhang mit einer Beschleunigung von 1 m/s^2 hochfahren kann, muss eine Kraft von 3539 N wirken. d) Der Wagen hat auf dem Gipfel eine Geschwindigkeit von 22,8 km/h.		