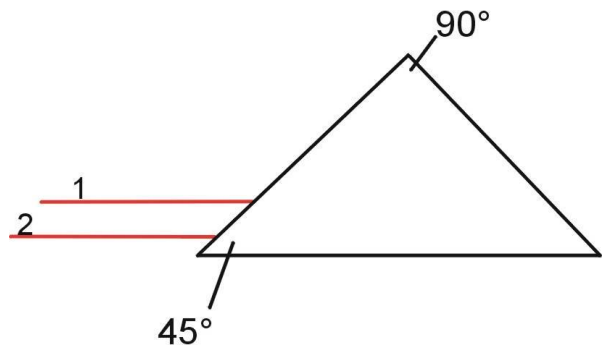
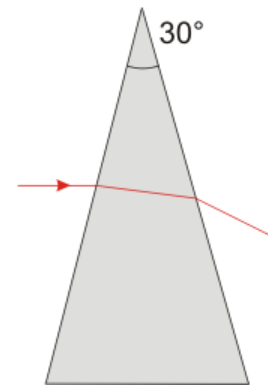


## Aufgaben Brechung am Prisma

**167.** Zwei Lichtstrahlen gleicher Farbe treffen parallel zur Grundfläche auf ein Prisma aus leichtem Kronglas. Sie werden beim Übergang Luft - Glas so gebrochen, dass sie beide die Grundfläche treffen. Begründen Sie, warum dieses Prisma als Umkehrprisma bezeichnet wird.



**291.** Ein einfarbiger Lichtstrahl fällt parallel zur unteren Fläche auf ein gleichschenkliges Glasprisma, das für diese Farbe eine Brechzahl von 1,5 hat. Um welchen Winkel wird der Strahl aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt?

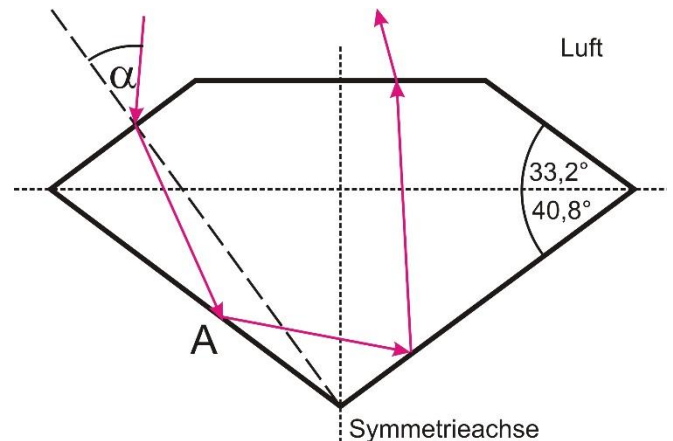


**239.** (Prüfung 2007)

Geschliffene Diamanten werden als Schmucksteine genutzt. Auf Grund der großen Brechzahl und der Anordnung der Flächen wird ein hoher Anteil des einfallenden Lichtes total reflektiert.

**a)** Nennen Sie allgemein die Bedingung für das Entstehen von Totalreflexion und leiten Sie die Gleichung zur Bestimmung des Grenzwinkels der Totalreflexion aus dem Brechungsgesetz her.

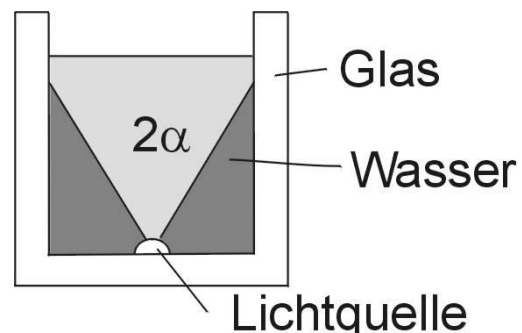
**b)** Ein Bündel weißen Glühlichts trifft, wie in der Abbildung dargestellt, unter dem Winkel  $0 < \alpha < 90^\circ$  auf den Diamanten. Der Grenzwinkel der Totalreflexion beträgt für violettes Licht  $24,08^\circ$  und für rotes Licht  $24,55^\circ$ .



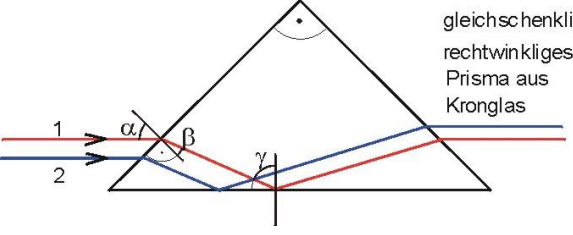
Weisen Sie nach, dass es für jeden Winkel  $\alpha$  an der Fläche A zur Totalreflexion kommt.

**c)** Der violette Lichtanteil durchläuft den Diamanten gemäß Abbildung. Übernehmen Sie die Abbildung und skizzieren Sie den Strahlenverlauf des roten Lichtanteils bis zum Wiederaustritt aus dem Diamanten. Die spektrale Zerlegung muss erkennbar sein.

**28.** Ein quaderförmiges Glasgefäß aus leichtem Kronglas ist mit Wasser gefüllt. Das Wasser wird durch eine in der Mitte des Gefäßbodens montierte Lichtquelle von unten beleuchtet. Welcher Öffnungswinkel des Lichtkegels darf höchstens eingestellt werden, damit kein Licht durch die Seitenwände nach außen dringt?



## Lösungen 167.

geg.:	$n = 1,51$	ges.:	
Lösung:	<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: flex-start;"> <div style="width: 45%;"> <p>Der Einfallswinkel <math>\alpha</math> ist <math>45^\circ</math> groß (Wechselwinkel). Damit kann der Brechungswinkel berechnet werden, unter dem der Lichtstrahl in das Prisma eintritt.</p> <math display="block">\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n</math> <math display="block">\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}</math> <math display="block">\beta = 27,9^\circ</math> <p>Mit diesem Winkel lässt sich der Einfallswinkel an der unteren Kante berechnen:</p> <math display="block">\gamma = 72,9^\circ</math> <p>Frage: wird der Strahl jetzt gebrochen oder tritt Totalreflexion auf. Dazu muss der Grenzwinkel für den Übergang von Glas in Luft berechnet werden:</p> <math display="block">\frac{\sin \gamma}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{n}</math> <math display="block">\gamma = 41,47^\circ</math> <p>Es muss das Reziproke der Brechzahl eingesetzt werden, weil das Licht jetzt vom dicken in das dünne Medium übergeht und die Brechzahlen für den Übergang Luft - dickes Medium gelten.</p> <p>Der berechnete Grenzwinkel besagt, dass alle Lichtstrahlen, die unter einem Winkel, der größer als <math>41,47^\circ</math> ist, einfallen, nicht mehr gebrochen, sondern reflektiert werden. Ursache: der Brechungswinkel ist größer als <math>90^\circ</math>, es kann also nicht gebrochen werden.</p> <p>Damit wird das Licht unter einem Winkel von <math>72,9^\circ</math> reflektiert und trifft auf die rechte Kante des Prismas. Da das Prisma gleichschenkelig ist, tritt das Licht unter dem gleichen Winkel aus, unter dem es eingefallen ist, also <math>45^\circ</math>.</p> <p>Weiterhin ist zu sehen, dass der blaue und der rote Lichtstrahl vertauscht austreten. Das Prisma dreht ein einfallendes Bild um.</p> </div> <div style="width: 45%; text-align: right;">  <p>gleichschenklige rechtwinkliges Prisma aus Kronglas</p> </div> </div>		
Antwort:			

291.

Da der Lichtstrahl parallel zu der unteren Kante auftrifft, kann der Einfallswinkel berechnet werden.

Die beiden unteren Winkel im Prisma sind jeweils  $75^\circ$  groß. Damit ist ein Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und der Kante des Prismas ebenfalls  $75^\circ$  groß (Wechselwinkel).

Der Einfallswinkel ist die Ergänzung zum rechten Winkel und somit  $15^\circ$  groß.

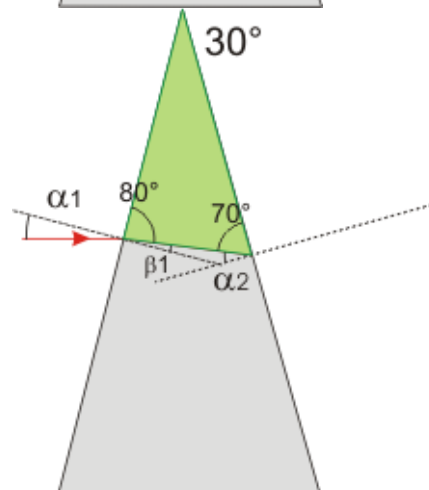
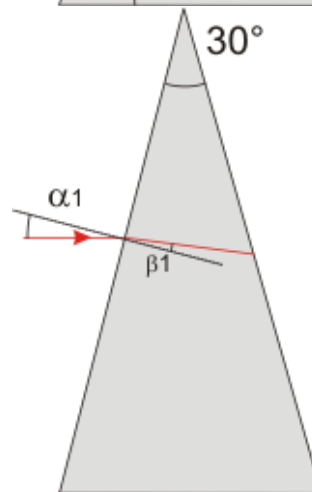
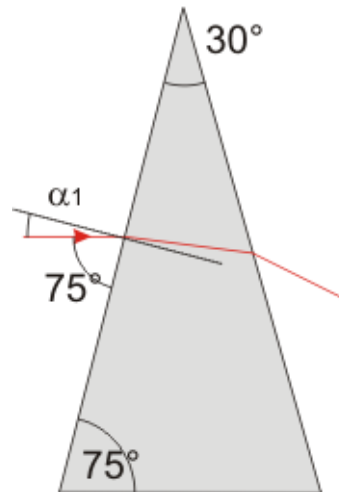
Mit dem nun bekannten Einfallswinkel kann der erste Brechungswinkel berechnet werden:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$$

$$\beta = 10^\circ$$

Da das Lot senkrecht auf der Kante des Prismas steht, kann der Winkel zwischen gebrochenem Strahl und Prisma zu  $80^\circ$  berechnet werden. Über die Innenwinkelsumme im Dreieck erhält man den  $70^\circ$ -Winkel auf der anderen Seite und damit den Einfallswinkel zu  $20^\circ$ .



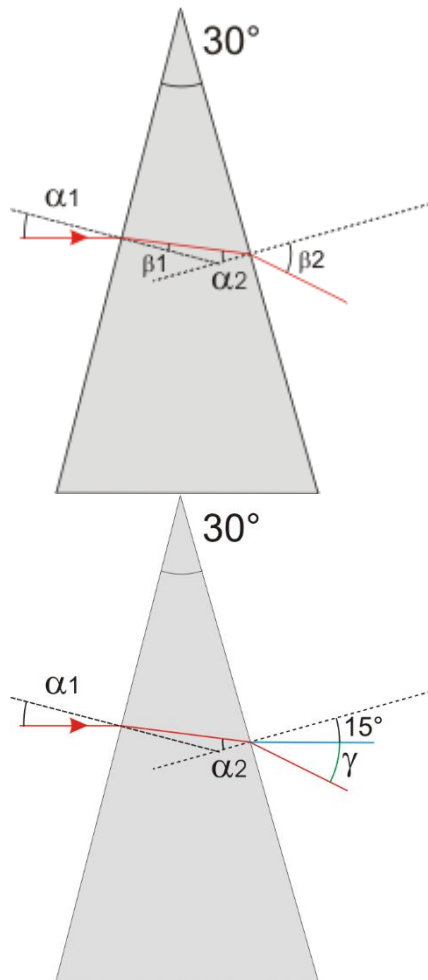
Über das Brechungsgesetz wird der zweite Brechungswinkel berechnet. Da der Strahl jetzt aus dem Glas heraus geht, muss man schreiben:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}$$

$$\sin \beta = \sin \alpha \cdot n$$

$$\beta = 31^\circ$$

Der gesuchte Winkel ist der zwischen dem gebrochenen Strahl, der aus dem Prisma herauskommt und der blauen Linie, die die ursprüngliche Strahlrichtung darstellt. Aus der Betrachtung zum Einfallswinkel ist bekannt, dass der obere Teil des Winkels  $15^\circ$  groß ist. Damit ist der untere Teil  $16^\circ$  groß. Der Strahl wird also um  $16^\circ$  aus der ursprünglichen Richtung abgelenkt.



**239. a)** Bedingungen für das Entstehen von Totalreflexion:

1. Licht muss von einem optisch dicken in ein optisch dünnes Medium übergehen.
2. Der Einfallswinkel muss gleich oder größer als der Grenzwinkel sein.

Der Grenzwinkel ist der Einfallswinkel, bei dem der Brechungswinkel gleich  $90^\circ$  ist. Damit geht das Licht nicht mehr das zweite Medium hinein.

Es gilt das Brechungsgesetz. Licht geht von einem Stoff mit der Brechzahl  $n_1$  in einen Stoff der Brechzahl  $n_2$  über.  $n_1$  ist größer als  $n_2$ .

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Der Winkel Beta wird  $90^\circ$  gesetzt:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin \alpha = \frac{n_2}{n_1}$$

Ist das dünne Medium Luft mit der Brechzahl 2, gilt:

$$\sin \alpha = \frac{1}{n_1}$$

**b)** Es muss untersucht werden, wie groß die Einfallswinkel für rotes und violetteres Licht auf der Seite A sind. Wenn sie größer als die Grenzwinkel sind, liegt Totalreflexion vor. Unter welchem Winkel  $\alpha$  ist der Einfallswinkel auf A am kleinsten?

Fällt der Lichtstrahl mit dem Winkel  $0^\circ$  ein, also direkt auf dem Einfallslot, wird er nicht gebrochen. In der Zeichnung lässt sich zeigen, dass dann der Einfallswinkel auf A am größten ist.

Wird der Winkel  $\alpha$  größer, verkleinert sich der Einfallswinkel auf A. Er ist am kleinsten, wenn  $\alpha 90^\circ$  groß ist.

Es muss gezeigt werden, dass für  $90^\circ$  die Einfallswinkel auf A immer noch größer sind als die vorgegebenen Grenzwinkel.

Über die gegebenen Grenzwinkel für die Totalreflexion lassen sich die Brechzahlen für rotes und violette Licht berechnen:

$$n_{\text{rot}} = 2,407$$

$$n_{\text{violett}} = 2,451$$

Damit kann für den einfallenden Strahl mit dem Einfallswinkel  $90^\circ$  der Brechungswinkel bestimmt werden:

$$\beta_{\text{rot}} = 24,55^\circ$$

$$\beta_{\text{violett}} = 24,08^\circ$$

Über die Innenwinkelsumme im Dreieck ( $180^\circ$ ) erhält man die Einfallswinkel an der Seite A.

$$\alpha_{A,\text{rot}} = 49,45^\circ$$

$$\alpha_{A,\text{violett}} = 49,92^\circ$$

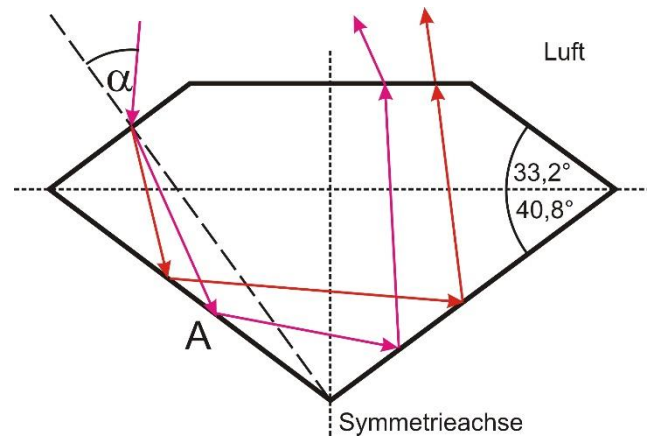
Beide Einfallswinkel sind deutlich größer als die Grenzwinkel, so dass für jeden Winkel Totalreflexion auftritt.

**c)**

Da die Brechzahl für rotes Licht kleiner ist als für violettes Licht, wird der einfallende weiße Strahl beim Eintritt in den Diamanten aufgespalten. Das rote Licht wird schwächer gebrochen als das violette Licht.

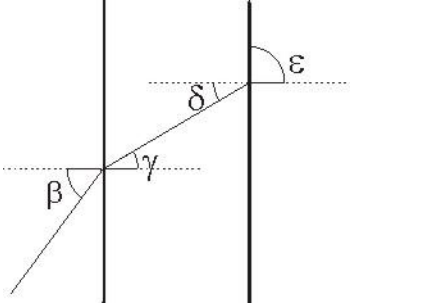
Damit ergibt sich ein unterschiedlicher Strahlenverlauf für die beiden Farben.

Tritt das Licht aus dem Diamanten aus, ist es deutlich erkennbar in ein Spektrum aufgespalten.



**29.**

geg.:	$n_w = 1,33$ $n_G = 1,51$ $n_L = 1$	ges.:	$2\alpha$
Lösung:	<p>Das Licht wird beim Übergang Wasser-Glas und Glas-Luft gebrochen. Damit es nicht austritt, muss der letzte Brechungswinkel <math>\square</math> mindestens <math>90^\circ</math> sein (Totalreflexion)</p> <p>1. Übergang Glas-Luft</p> $\frac{\sin \delta}{\sin \varepsilon} = \frac{1}{n_G}$ $\sin \delta = \frac{1}{n_G}$		

	<p>2. Übergang Wasser-Glas (<math>\delta = \gamma</math>)</p> $\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{n_G}{n_W}$ $\sin \beta = \frac{n_G}{n_W} \cdot \sin \gamma$ $\sin \beta = \frac{n_G}{n_W} \cdot \frac{1}{n_G}$ $\sin \beta = \frac{1}{n_W}$ <p>Das Glas spielt bei der Berechnung des Winkels keine Rolle mehr. Es verschiebt den Lichtstrahl nur nach oben. Man erhält <math>\beta = 48,75^\circ</math></p>	
	<p>Damit kann man nun <math>\alpha</math> berechnen:</p> $\alpha = 180^\circ - 90^\circ - \beta$ $\alpha = 41,25^\circ \text{ und}$ $2\alpha = 82,5^\circ$	
<p>Antwort:</p>	<p>Der Öffnungswinkel der Lichtquelle darf höchstens <math>82,5^\circ</math> betragen.</p>	