

## Aufgaben zum 1. Hauptsatz der Wärmelehre

1. Luft mit einem Volumen von  $0,5 \text{ m}^3$  hat die Temperatur  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  und einen Druck  $0,1 \text{ MPa}$ . Welche Arbeit in kJ wird verrichtet, wenn bei gleichbleibendem Druck die Temperatur auf  $150 \text{ }^\circ\text{C}$  erhöht wird?

Stellen Sie diesen Vorgang in einem p-V-Diagramm dar.

2. Von einer in einem Zylinder eingeschlossenen Luftmenge ist bekannt, dass sich bei einem Prozess ihr Volumen von  $V_a = 10 \text{ dm}^3$  auf  $V_e = 2 \text{ dm}^3$  verringert, während der Druck einen Anstieg von  $p_a = 0,1 \text{ MPa}$  auf  $p_e = 0,5 \text{ MPa}$  erfährt. Die Temperatur soll sich nicht verändern. Wie groß ist die Volumenarbeit?

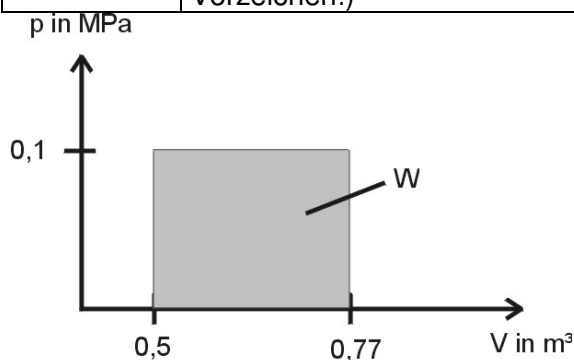
3. Welche Arbeit ist aufzuwenden, um  $12 \text{ m}^3$  Druckluft von  $12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  herzustellen, wenn der Anfangsdruck  $1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  beträgt und die Temperatur konstant bleibt?

4. Ein Luftkompressor nimmt eine Leistung von  $15 \text{ kW}$  auf und verdichtet isotherm stündlich  $200 \text{ m}^3$  Luft vom Anfangsdruck  $1,12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Welcher Enddruck wird bei einem Wirkungsgrad von  $85 \%$  erreicht?

## Lösungen

1.

geg.:	$V_1 = 0,5 \text{ m}^3$ $\vartheta_1 = 20^\circ \text{C}$ $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ $\vartheta_2 = 150^\circ \text{C}$	ges.:	W
Lösung:	<p>Bei gleichbleibendem Druck gilt für die Volumenarbeit</p> $W = -p \cdot \Delta V$ <p>Über die Volumenänderung wurde noch keine Aussage gemacht. Da man Luft als ideales Gas betrachten kann, gilt die Zustandsgleichung:</p> $\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$ <p>Damit kann man das Volumen nach der Temperaturerhöhung bestimmen (p bleibt gleich und kürzt sich raus):</p> $V_2 = \frac{V_1}{T_1} \cdot T_2$ $V_2 = 0,72 \text{ m}^3$ <p>Die Volumenänderung beträgt also <math>0,22 \text{ m}^3</math>.</p> $W = -p_1 \cdot \Delta V$ $W = -0,1 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 0,22 \text{ m}^3$ $W = -22 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3$ $W = -22 \cdot 10^3 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2}$ $W = -22 \cdot 10^3 \text{ Nm}$ $W = -22 \text{ kJ}$		
Antwort:	Vom System wird eine Arbeit von 22 kJ verrichtet. (deshalb das negative Vorzeichen!)		



—

2.

geg.:	$V_a = 10 \text{ dm}^3$ $V_e = 2 \text{ dm}^3$ $p_a = 0,1 \text{ MPa}$ $p_e = 0,5 \text{ MPa}$	ges.:	$W_V$
Lösung:	Die Volumenarbeit ist $W = -p \cdot V \cdot \ln \frac{V_e}{V_a}$ Für $p \cdot V$ kann man sowohl den Endzustand als auch den Anfangszustand verwenden, da gilt: $p_a \cdot V_a = p_e \cdot V_e$ Damit wird: $W = -p_a \cdot V_a \cdot \ln \frac{V_e}{V_a}$ $W = -0,1 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \ln \frac{2 \text{ dm}^3}{10 \text{ dm}^3}$ $W = -1 \cdot 10^3 \text{ Nm} \cdot -1,61$ $W = 1,61 \cdot 10^3 \text{ J}$		
Antwort:	Um diesen Prozess durchzuführen, muss dem System eine Arbeit von 1610 J zugeführt werden.		

3.

geg.:	$V_2 = 12 \text{ m}^3$ $p_2 = 12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ $p_1 = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ $T = \text{konst.}$	ges.:	W
Lösung:	$W = -p \cdot V \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ <p>Über das Anfangsvolumen ist keine Angabe gemacht. Da die Temperatur konstant ist, gilt:</p> $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$ $V_1 = \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1}$ <p>Damit wird:</p> $W = -p \cdot V \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ $W = -p_2 \cdot V_2 \cdot \ln \frac{V_2 \cdot p_1}{p_2 \cdot V_2}$ $W = -p_2 \cdot V_2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$ $W = -12 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 12 \text{ m}^3 \cdot \ln \frac{1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{12 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$ $W = -14,4 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot 2,39$ $W = 34,4 \cdot 10^6 \text{ J}$ $W = 34,4 \text{ MJ}$		
Antwort:	An der Luft muss eine Arbeit von 34,4 MJ verrichtet werden.		

4.

geg.:	$P = 15 \cdot 10^3 \text{ W}$ $t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ $\eta = 0,85$ $V_1 = 200 \text{ m}^3$ $p_1 = 1,12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	ges.:	$p_2$
Lösung:	Für die isotherme Zustandsänderung gilt: $W = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1}$ $\ln p_2 = \frac{W}{p_1 \cdot V_1} + \ln p_1$ Die verrichtete Arbeit kann aus der Leistung und der Zeit unter Berücksichtigung des Wirkungsgrades berechnet werden: $W = P \cdot t \cdot \eta$ $W = 15 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} \cdot 0,85$ $W = 45,9 \cdot 10^6 \text{ J}$ Das kann in die erste Gleichung eingesetzt und der damit der gesuchte Druck berechnet werden : $p_2 = 8,7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$		
Antwort:	Es wird ein Enddruck von 0,87 MPa erreicht.		