Aufgaben zur Interferenz

1. Auf ein optisches Gitter mit der Gitterkonstante $4{,}00 * 10^{-6}$ m fällt Licht der Wellenlänge 694 nm senkrecht ein. Das Interferenzbild wird auf einem e = 2,00 m entfernten ebenen Schirm beobachtet, der parallel zum Gitter steht.
a) Berechnen Sie den Abstand der auf dem Schirm sichtbaren Helligkeitsmaxima 1. Ordnung voneinander.
b) Bis zur wievielten Ordnung können theoretisch Helligkeitsmaxima auftreten?
c) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Spektren 2. und 3. Ordnung einander überlappen, wenn sichtbares Licht aus dem Wellenlängenintervall $400\text{ nm} \leq \lambda \leq 750\text{ nm}$ benutzt wird!

2. Im Licht einer Quecksilberlampe beobachtet man auf dem vom Doppelspalt (Abstand der beiden Spalte 1,2 mm) 2,73 m entfernten Schirm für den Abstand vom hellsten Streifen bis zum 5. hellen Streifen im grünen Licht 6,2 mm und im blauen Licht 4,96 mm.
Berechnen Sie die Wellenlängen der beiden Quecksilberlinien.

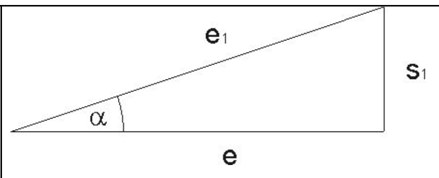
3. Unter Nutzung eines optischen Gitters der Gitterkonstante 0,05 mm soll in einem Experiment das kontinuierliche Spektrum des weißen Lichts einer Glühlampe erzeugt werden.
a) Beschreiben Sie eine mögliche Experimentieranordnung und erklären Sie deren Funktionsprinzip.
Begründen Sie, dass ein Spektrum entsteht.
b) Das kontinuierliche Spektrum 1. Ordnung (Wellenlängenbereich von 400 nm bis 780 nm soll eine Breite von mindestens 1 cm haben. Untersuchen Sie rechnerisch, ob sich dies mit der in a) beschrieben Experimentieranordnung auf einem Tisch der Länge 1,2 m realisieren lässt.

4. Im Emissionsspektrum des atomaren Wasserstoffs beobachtet man vier Linien der Wellenlänge 656 nm, 486 nm, 434 nm und 410 nm. Mit Hilfe eines optischen Gitters, auf dem 100 Striche pro mm aufgebracht sind, wird ein Interferenzbild erzeugt. Prüfen Sie, ob zwischen den Linien 2. Ordnung Linien 3. Ordnung liegen. Bestimmen Sie gegebenenfalls die Wellenlängen zu diesen Linien 3. Ordnung.

5. Eine Seifenblase erscheint an einer Stelle rot (Wellenlänge 734 nm). Die Brechzahl der Seifenlösung beträgt 1,35. Geben sie zwei mögliche Schichtdicken der Seifenhaut an.

Lösungen

1.

<table>
<tr><td>geg.:</td><td>$b = 4{,}00 \cdot 10^{-6}\,m$
$\lambda = 694\,nm$
$e = 2{,}00\,m$</td><td>ges.:</td><td>$a)\,2 \cdot s_1$
$b)\,k$</td></tr>
<tr><td>Lösung:</td><td colspan="3">a) Es wird nach der Gleichung für Maxima am Gitter der Abstand des 1. Maximum vom 0. Maximum berechnet.
$\frac{\lambda}{b} = \frac{s_1}{e_1}$</td></tr>
<tr><td></td><td>Berechnung von e_1:
Für Maxima gilt:
$\sin\alpha = \frac{\lambda}{b}$
$\alpha = 10°$</td><td>$\cos\alpha = \frac{e}{e_1}$
$e_1 = \frac{e}{\cos\alpha}$
$e_1 = 2{,}03\,m$</td><td>
</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">Mit dieser Entfernung Gitter - Maximum lässt sich nun die gesuchte Größe berechnen:
$\frac{\lambda}{b} = \frac{s_1}{e_1}$
$s_1 = \frac{\lambda}{b} \cdot e_1$
$s_1 = 0{,}35\,m$
$2 \cdot s_1 = 0{,}7\,m$

b) Der Ablenkwinkel α am Gitter kann maximal $90°$ betragen. Mit diesem Winkel wird k berechnet.
$\sin\alpha = \frac{k \cdot \lambda}{b}$
$k = \frac{\sin\alpha \cdot b}{\lambda}$
$k = \frac{1 \cdot 4{,}00 \cdot 10^{-6}\,m}{694 \cdot 10^{-9}\,m}$
$k = 5{,}76$
k muss eine natürliche Zahl sein. Auf dem Schirm ist also maximal das 5. Maximum zu erkennen. Das 6. Maximum liegt schon außerhalb.

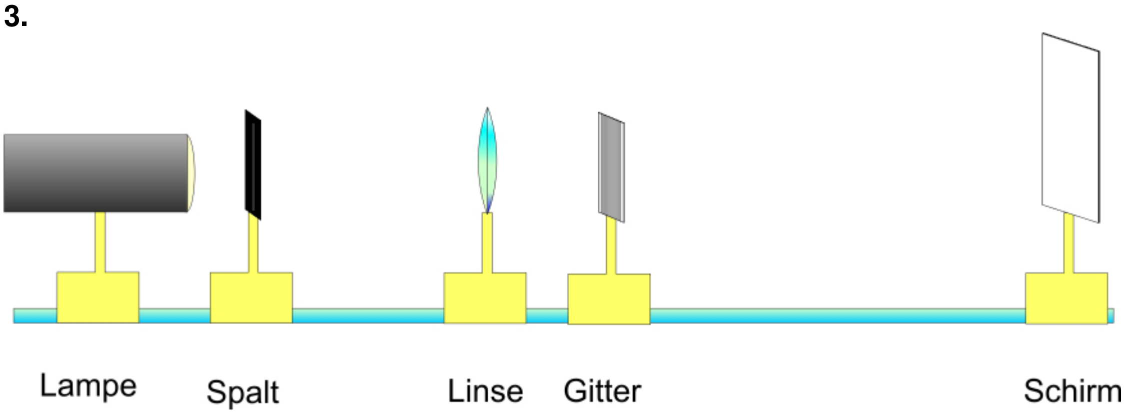
c) Ab dem 1. Maximum sind die hellen Streifen farbig. Innen (zum 0. Maximum hin) liegt blaues Licht, außen rotes Licht. Das heißt, es muss überprüft werden, ob sich das rote Licht (750 nm) des 2. Maximum mit dem blauen Licht (400 nm) des 3. Maximum überlappen. Dazu werden die Winkel berechnet.</td></tr>
</table>

	$\sin\alpha_{2r}=\frac{k\cdot\lambda_r}{b}$ $\sin\alpha_{2r}=\frac{2\cdot 750\cdot 10^{-9}\,m}{4\cdot 10^{-6}\,m}$ $\alpha_{2r}=22°$	$\sin\alpha_{3b}=\frac{k\cdot\lambda_b}{b}$ $\sin\alpha_{2r}=\frac{3\cdot 400\cdot 10^{-9}\,m}{4\cdot 10^{-6}\,m}$ $\alpha_{2r}=17{,}5°$
	Das rote Licht des 2. Maximums wird stärker abgelenkt als das blaue Licht des 3. Maximum. Damit überlappen sich die beiden Maxima.	
Antwort:	a) Die beiden Maxima 1. Ordnung haben einen Abstand von 70 cm. b) Die Maxima sind bis zur 5. Ordnung zu erkennen. c) Beide Maxima überlappen sich.	

2.

geg.:	$d=1{,}2\,mm$ $e=2{,}73\,m$ $s_{5g}=6{,}2\,mm$ $s_{5b}=4{,}96\,mm$	ges.:	λ_b, λ_g
Lösung:	Es kommt die Gleichung für die Maxima am Doppelspalt zum Einsatz: $\frac{k\cdot\lambda}{b}=\frac{s}{e}$, die nach der Wellenlänge umgestellt wird: $\lambda=\frac{s}{e}\cdot\frac{b}{k}$ Nun setzt man für die beiden Messungen die Werte ein: $\lambda_g=\frac{6{,}2\cdot 10^{-3}\,m}{2{,}73\,m}\cdot\frac{1{,}2\cdot 10^{-3}\,m}{5}$ $\lambda_g=545\,nm$ $\lambda_b=\frac{4{,}96\cdot 10^{-3}\,m}{2{,}73\,m}\cdot\frac{1{,}2\cdot 10^{-3}\,m}{5}$ $\lambda_b=436\,nm$		
Antwort:	Die Wellenlänge der grünen Linie beträgt 545 nm und der blauen 436 nm.		

3.

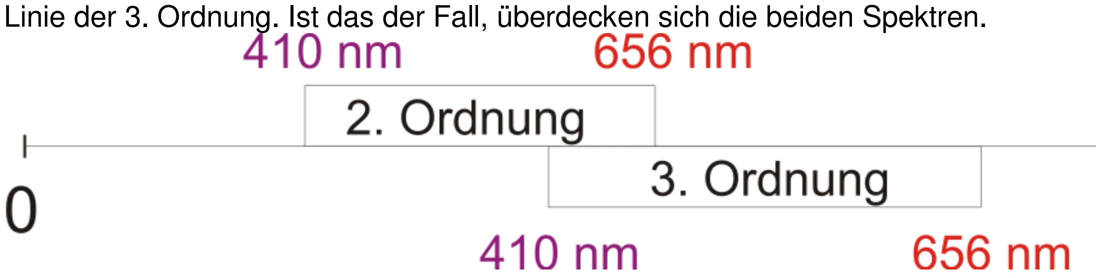


Die Lampe erzeugt ein Lichtbündel, von dem der Spalt einen kleinen Teil hindurch lässt. Die Linse bildet diesen Spalt scharf auf dem Schirm ab. Das Gitter beugt die Lichtstrahlen, so dass auf dem

Schirm ein Interferenzmuster entsteht.
Weißes Licht besteht aus einer Sammlung aller Wellenlängen zwischen 400nm und 780 nm. Für jede Wellenlänge entsteht z.B. das 1. Maximum an einem anderen Ort, so dass jedes Maximum ein Spektrum darstellt.

geg.:	$b = 0{,}05\,\text{mm}$ $\lambda_{blau} = 400\,\text{nm}$ $\lambda_{rot} = 780\,\text{nm}$ $x = 1\,\text{cm}$ $e_{max} = 1{,}2\,\text{m}$	ges.:	z.B. Breite des Spektrums
Lösung:	Es kann z.B. untersucht werden, welche Breite das Spektrum hätte, wenn die maximale Tischlänge von 1,2 m ausgenutzt wird. Dazu werden die Abstände der 1. Maxima vom 0. Maximum für die beiden Grenzwellenlängen berechnet. $\frac{n \cdot \lambda}{b} = \frac{s_n}{e}$ $s_1 = \frac{\lambda \cdot e}{b}$ $s_{1,rot} = \frac{780 \cdot 10^{-9}\,\text{m} \cdot 1{,}2\,\text{m}}{0{,}05 \cdot 10^{-3}\,\text{m}}$ $s_{1,rot} = 0{,}1872\,\text{m}$ $s_{1,rot} = 1{,}872\,\text{cm}$ Für blaues Licht ergibt sich ein Abstand von 0,96cm. Damit ist die Breite des Spektrums: $s_{1,rot} - s_{1,blau} = 0{,}91\,\text{cm}$ und entspricht nicht den Anforderungen.		
Antwort:	Auf dem Tisch von 1,2 m Länge lässt sich kein Spektrum von 1 cm Breite realisieren.		

4.
Es muss untersucht werden, ob die 656nm-Linie der 2. Ordnung weiter außen liegt wie die 410nm-Linie der 3. Ordnung. Ist das der Fall, überdecken sich die beiden Spektren.



Für die Ablenkung der 656nm-Linie der 2. Ordnung ergibt sich:

$$\sin\alpha = 2 \cdot \frac{\lambda}{b}$$

$$\sin\alpha_{2;656} = 2 \cdot \frac{656 \cdot 10^{-9}\,\text{m}}{1 \cdot 10^{-5}\,\text{m}}$$

$$\alpha_{2;656} = 7{,}54°$$

Für den Ablenkwinkel der 410nm-Linie in der 3. Ordnung erhält man 7,07°. Dieser ist kleiner als der zuerst berechnetet und damit überlappen sich die beiden Spektren.
Es kann aber sein, dass noch weitere Linien der 3. Ordnung zwischen denen der 2. Ordnung liegen. Der Test für die 434nm-Linie ergibt einen Winkel von 7,47°. Das ist immer noch

kleiner als der erste Wert, damit liegt diese Linie ebenfalls im Bereich der 2. Ordnung. Für die 486nm-Linie erhält man 8,40°, was nun größer ist. Diese Linie liegt außerhalb der 2. Ordnung.

5.

geg.: $\lambda = 734\,\mathrm{nm}$ ges.: d

$n = 1{,}35$

Lösung: Die Seifenblase reflektiert rotes Licht, es kommt also zu einer Verstärkung dieser Wellenlänge durch Interferenz. Es überlagern sich der an der vorderen Schicht und der an der hinteren Schicht reflektierte Strahl. Bei dünnen Schichten ist der Gangunterschied der Wellen noch so gering, dass die beiden Lichtanteile kohärent sind.

Für das Maximum gilt:

$$d = \frac{2 \cdot k + 1}{n} \cdot \frac{\lambda}{4}$$

Setzt man k = 0, erhält man die kleinste Dicke, bei der Licht der entsprechenden Wellenlänge verstärkt wird. Mit k = 1, 2, 3, ... werden weitere Schichtdicken berechnet, bei denen weitere Maxima auftreten. Für zu große k wird dann aber keine Interferenz zu beobachten sein, da die Wellenpakete des Lichtes zu klein sind, um mit dem anderen reflektierten Strahl noch zu interferieren.

$$d_0 = \frac{2 \cdot 0 + 1}{1{,}35} \cdot \frac{734\,\mathrm{nm}}{4}$$

$$d_0 = 136\,\mathrm{nm}$$

$$d_1 = 407{,}8\,\mathrm{nm}$$

$$d_2 = 680\,\mathrm{nm}$$

Antwort: Mögliche Schichtdicken sind: 136 nm, 409 nm, 680 nm usw.