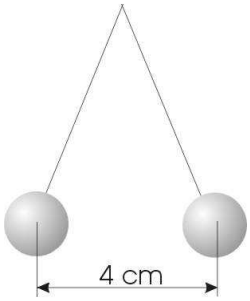
Aufgaben zu Kräften zwischen Ladungen

175. Zwei gleich geladenen kleine Kugeln sind im selben Punkt an zwei 1m langen Isolierfäden aufgehängt. Die Masse einer Kugel beträgt 1 g. Wegen ihrer gleichen Ladung stoßen sie sich auf einen Mittelpunktabstand von 4 cm ab. Wie groß ist die Ladung einer Kugel?



179. Welche Ladung tragen zwei an horizontalen Federn befestigte Punktmassen, wenn die Federn bei einem Abstand der Ladungen von 1 mm um je 5 cm zusammengedrückt werden? Die Federkonstante beträgt 1 N/m.

180. Um welchen Faktor ändert sich die Coulombkraft zwischen zwei Punktladungen, wenn der Wert jeder Ladung vervierfacht und der Abstand halbiert wird?

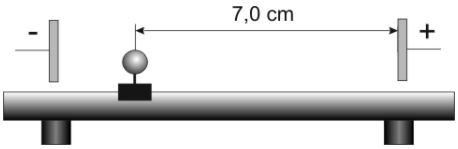
181. Zwei kleine Metallkugeln von gleicher Größe mit gleichnamigen Ladungen werden in Berührung gebracht und dann auf einen Abstand von 10 cm voneinander entfernt. Wie groß ist die Kraft zwischen den Kugeln, wenn die Ladungen vor der Berührung 70 nC und 30 nC betrugen?

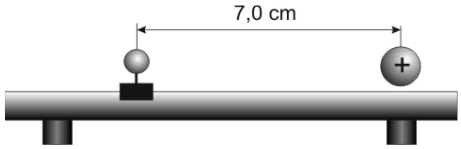
424. (LK 2014)

Die Bewegung eines negativ geladenen Probekörpers $|q| = 9{,}0 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}$ wird in einem

Experiment 1 im elektrischen Feld eines Plattenkondensators (Plattenabstand 10,0 cm, Abbildung 1) und in einem Experiment 2 im Radialfeld einer ortsfest geladenen Kugel (Abbildung 2) untersucht.

Der Probekörper ist auf dem Gleiter einer horizontal angeordneten Luftkissenbahn befestigt. die Masse des Probekörpers mit Gleiter beträgt 150 g.





Der Gleiter wird zum Zeitpunkt t=0 freigegeben.

a) Vergleichen Sie die Bewegungen beider Körper. Begründen Sie.

Experiment 1: Die Ladung des Kondensators der Kapazität 22,1 pF beträgt $Q = 1{,}1 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}$.

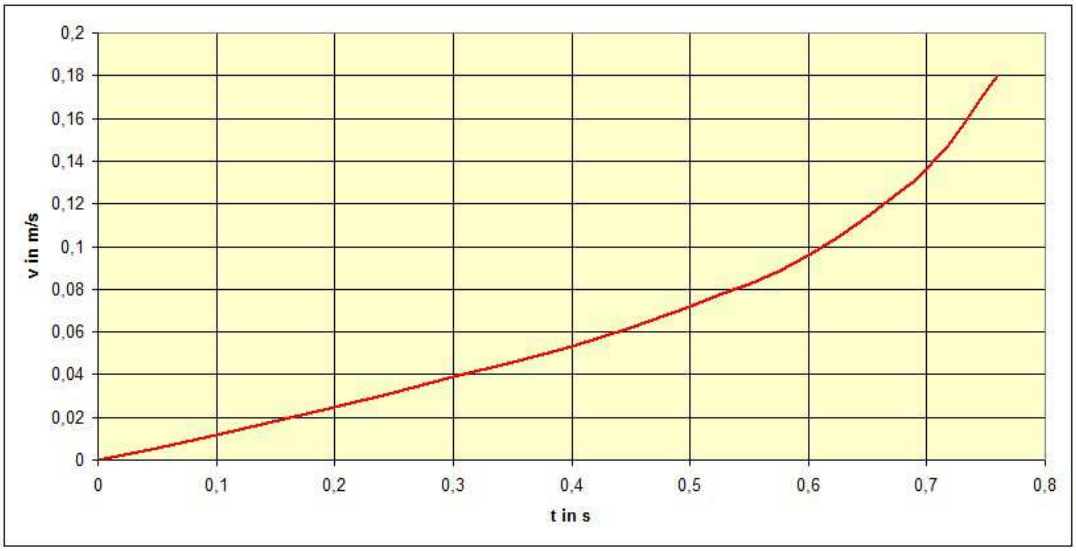
b) Berechnen Sie die elektrische Kraft, die auf den Probekörper wirkt.

c) Die Geschwindigkeit des Gleiters beträgt $0{,}049\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, wenn er genau 4,0 cm Weg zurückgelegt hat. Weisen Sie dies rechnerisch nach.

Experiment 2: Der Gleiter bewegt sich auf die ortsfeste Kugel der Ladung $Q = 1{,}1 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}$ zu

d) Berechnen Sie die elektrische Kraft, die zum Zeitpunkt t=0 auf den Probekörper wirkt.

e) Rechnergestützt wird das nachfolgende Diagramm aufgenommen. Weisen Sie nach, dass der Gleiter $0{,}049\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ bereicht erreicht hat, wenn er weniger als 4,0 cm Weg zurückgelegt hat.



Lösungen
175.

geg.:	$\ell = 1\,\text{m}$ $m_1 = m_2 = 1 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}$ $r = 4 \cdot 10^{-2}\,\text{m}$	ges.:	Q_1, Q_2

Lösung:

Die Kugeln stoßen sich auf Grund der Coulombschen Kraft zwischen geladenen Körpern ab. Es gilt das Coulombsche Gesetz:

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Um die Ladungen Q berechnen zu können, muss die Kraft F bekannt sein.

1. Wie groß ist die Kraft F_E ?
Aus der Zeichnung ergibt sich:

$$\tan\alpha = \frac{F_E}{F_G} \quad \text{und} \quad \sin\alpha = \frac{\frac{r}{2}}{\ell}$$

Für kleine Winkel gilt

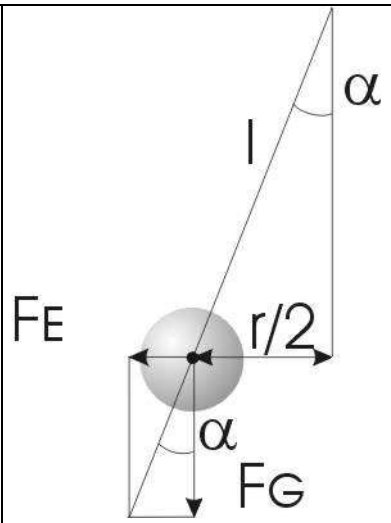
$$\tan\alpha = \sin\alpha$$

so dass

$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{\frac{r}{2}}{\ell}$$

$$F_E = \frac{r \cdot F_G}{2 \cdot \ell}$$

$$F_E = \frac{r \cdot m \cdot g}{2 \cdot \ell}$$



2. Diese Kraft wird durch die abstoßende Wirkung der gleichen Ladungen hervorgerufen = Coulombsche Kraft.

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad \text{da } Q_1 = Q_2$$

$$F_E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{r^2}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m \cdot g \cdot r^3}{\ell}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\text{A} \cdot \text{s} \cdot 1 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\text{m} \cdot \left(4 \cdot 10^{-2}\right)^3 \cdot \text{m}^3}{1\,\text{m} \cdot \text{V} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2}}$$

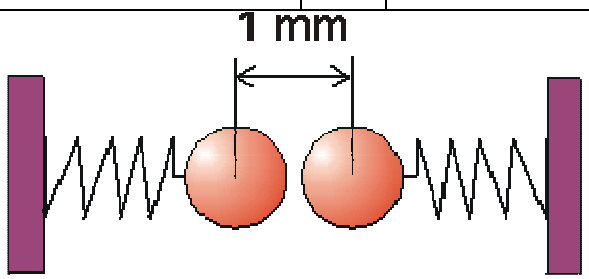
$$Q = 5{,}91 \cdot 10^{-9}\,\text{C}$$

Antwort: Die Ladung beträgt $5{,}91 \cdot 10^{-9}$ C.

179.

geg.:	$r = 1 \cdot 10^{-3}\ m$ $s = 5 \cdot 10^{-2}\ m$ $D = 1 Nm^{-1}$	ges.:	Q_1, Q_2

Lösung:



Zwischen den beiden Ladungen wirkt die Coulombsche Kraft.

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{Q^2}{r^2}, \text{da } Q_1 = Q_2$$

$$Q = \sqrt{F \cdot 4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r^2}$$

Als Unbekannte erscheint in dieser Gleichung noch die Kraft. Die kann über das Hooksche Gesetz bestimmt werden.

$$F = D \cdot s$$

Als Weg wird hier nur die Längenänderung einer Feder eingesetzt. Die zweite Feder bringt die Gegenkraft auf und muss nicht berücksichtigt werden. Das könnte z.B. auch eine Mauer sein. Dann würde sich die zweite Feder auch um 5 cm eindrücken.

Damit wird:

$$Q = \sqrt{D \cdot s \cdot 4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r^2}$$

$$Q = \sqrt{1 Nm^{-1} \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ m \cdot 4 \cdot \pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1} \cdot 1 \cdot 10^{-6}\ m^2}$$

$$Q = 2{,}36\ nC$$

Antwort:	Jede Punktmasse ist mit 2,36 nC geladen.

180.
Mit dem Coulombschen Gesetz erhält man einen Faktor von 64:

$$F_1 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$F_2 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{4 \cdot Q_1 \cdot 4 \cdot Q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{16 \cdot Q_1 \cdot Q_2 \cdot 4}{r^2} = 64 \cdot F_1$$

181.
Nach der Berührung besitzt jede Kugel eine Ladung von 50 nC. Damit ergibt sich eine Kraft von 2,25 * 10^{-3} N.

424. a) Der Gleitkörper bewegt sich in beiden Fällen beschleunigt nach rechts.
Im Experiment 1 führt der Körper eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung durch.
Begründung: Zwischen den Kondensatorplatten ist ein homogenes Feld, die elektrische Feldstärke ist also an allen Stelen gleich groß. Damit ist die Kraft auf den Probekörper an jeder Stelle des Feldes gleich groß.

Im Experiment 2 führt der Körper eine ungleichmäßig beschleunigte Bewegung durch, die Beschleunigung wird immer größer.
Begründung: die ortsfeste, geladene Kugel hat ein Radialfeld. Die Feldstärke wird mit kleiner werdendem Abstand immer größer. Damit wird auch die Kraft auf den Probekörper immer größer und die Beschleunigung immer stärker.

b) Die Kraft auf einen geladenen Probekörper in einem elektrischen Feld ist

$$F = E \cdot q$$

E ist die elektrische Feldstärke und Q die Ladung der Kugel. Die elektrische Feldstärke eines homogenen Feldes im Kondensator ist

$$E = \frac{U}{d}$$

U ist die Spannung zwischen den Platten und d der Abstand der Platten.
Die Spannung berechnet sich aus der Kapazität und der Ladung des Kondensators:

$$U = \frac{Q}{C}$$

Damit kann nun die Kraft auf den Probekörper berechnet werden:

$$F = \frac{Q \cdot q}{d \cdot C}$$

$$F = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C} \cdot 9{,}0 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}}{10{,}0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot 22{,}1 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F}}$$

$$F = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}$$

$$F = 4{,}5\,\mathrm{mN}$$

Auf den Probekörper wirkt eine konstante Kraft von 4,5 mN.

c) Da die Kraft konstant ist, ist es eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung und es gilt, da aus dem Stand beschleunigt wird,

$$v = a \cdot t$$

Die Zeit kann aus dem Weg bestimmt werden:

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{2 \cdot s}{a}$$

Damit erhält man

$$v^2 = a^2 \cdot t^2$$

$$v^2 = a^2 \cdot \frac{2 \cdot s}{a}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot s \cdot a}$$

Nach dem Newtonschen Grundgesetz ist die Beschleunigung

$$a = \frac{F}{m}$$

und damit

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot s \cdot F}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-2}\,\text{m} \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{N}}{150 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}}}$$

$$v = 0{,}049 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

d) es gilt das Coulombsche Gesetz:

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Da der Raum zwischen den beiden Ladungen nur Luft enthält, ist $\varepsilon_r = 1$.

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}} \cdot \frac{9{,}0 \cdot 10^{-8}\,\text{C} \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-7}\,\text{C}}{\left(7{,}0 \cdot 10^{-2}\,\text{m}\right)^2}$$

$$F = 0{,}018\,\text{N}$$

$$F = 18\,\text{mN}$$

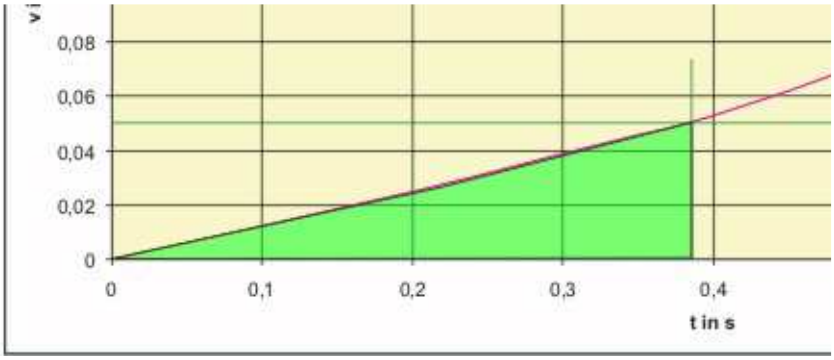
Zu Beginn des Versuches spürt der Probekörper eine Kraft von 18 mN.

e) Allgemein ist der zurückgelegte Weg die Fläche unter der v-t-Kurve.
Man kann diesen Flächeninhalt durch Auszählen bestimmen:

Die grüne Fläche belegt etwa 5 Kästchen. Ein Kästchen sind

$$0{,}1\,\text{s} \cdot 0{,}02 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}002\,\text{m} = 2\,\text{mm}$$

Damit hat der Gleiter beim erreichen der Geschwindigkeit etwa 1 cm zurückgelegt.



Mit Hilfe des GTR lässt sich die Fläche unter der Kurve bis zur gesuchten Geschwindigkeit berechnen. Da erhält man etwa 0,9 cm.