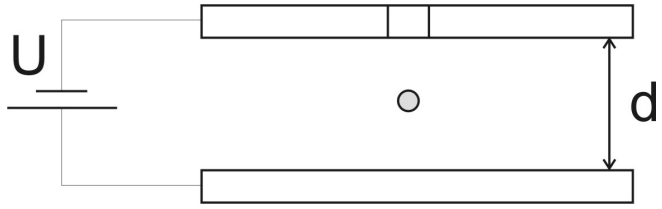
Aufgaben zum Millikan-Experiment

367. In der skizzierten Versuchsanordnung gelangen elektrisch geladene Öltröpfchen durch eine Bohrung in einen Plattenkondensator mit Plattenabstand d=3,00 mm, an dem eine variable Spannung U anliegt. Der Wert der Öldichte von 880 kg/m³ enthält bereits eine Korrektur für den Auftrieb in Luft.



a) Um ein Öltröpfchen im Kondensator zum Schweben zu bringen, muss eine bestimmte Spannung U eingestellt werden. In welchem Bereich muss diese Spannung gewählt werden, wenn von einem größtmöglichen Öltröpfchenradius von 0,5 µm ausgegangen werden kann?

b) Erklären Sie, warum mit der Schwebemethode die Ladung des Öltröpfchens nur ungenau bestimmt werden kann.

c) Nachdem ein Öltröpfchen bei U=42V zum Schweben bebracht wurde, wird der Kondensator vollständig entladen. Nach sehr kurzer Zeit beobachtet man, dass das Tröpfchen mit der konstanten Geschwindigkeit von

$$v_0 = 2{,}6 \cdot 10^{-5} \frac{m}{s}$$

sinkt. Berechnen sie den Radius und die Ladung des Öltröpfchens. Die Viskosität der Luft ist

$$\eta = 1{,}83 \cdot 10^{-5} \frac{Ns}{m^2}.$$

191. In einem Millikankondensator mit einem Plattenabstand 5,0 mm wird ein schwebendes Öltröpfchen mit dem Radius $9{,}0 * 10^{-4}$ mm beobachtet. Die Dichte des Öls beträgt 0,9 g/cm³.

Berechnen Sie die am Kondensator anliegende Spannung für den Fall, dass die Ladung des Öltröpfchens 5 e beträgt.

Lösungen

367. a) Auf das Öltröpfchen wirken zwischen den Kondensatorplatten zwei Kräfte: Die allgegenwärtige Erdanziehung wirkt nach unten, die Ladungen des Kondensators wirken nach oben. Das Tröpfchen ist in Schwebe, wenn die beiden Kräfte gleich groß sind. Es gilt also:

$F_{el} = F_G$

Die Spannung wird wohl auf der linken Seite stehen. Für die Kraft auf einen geladenen Körper im elektrischen Feld gilt:

$F_{el} = E \cdot Q$

E ist die elektrische Feldstärke am Ort, wo sich der geladene Körper befindet und Q die Ladung des Körpers. Da zwischen den Platten des Kondensators ein homogenes Feld ist, kann man schreiben:

$$E = \frac{U}{d}$$

U ist die anliegende Spannung und d der Abstand der Platten. Damit ist die gesuchte Spannung aufgetaucht. Die elektrische Kraft ist jetzt:

$$F_{el} = \frac{U \cdot Q}{d}$$

Die Gewichtskraft auf der rechten Seite ist

$F_G = m \cdot g$

Die Masse des Öltröpfchens lässt sich über Dichte und Volumen ausdrücken:

$m = \rho \cdot V$

Das Volumen wiederum ist dass einer Kugel und lässt sich mit

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$$

Das ergibt für die Gewichtskraft:

$$F_G = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g}{3}$$

Beide Kräfte in die Ausgangsgleichung eingesetzt ergibt:

$$\frac{U \cdot Q}{d} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g}{3}$$

Diese Gleichung wird nach der gesuchten Spannung U umgestellt:

$$U = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g \cdot d}{3 \cdot Q}$$

Die unbekannte Ladung des Tröpfchens steht unter dem Bruchstrich. Das heißt, je größer die Ladung wird, umso kleiner ist die notwendige Spannung, um das Tröpfchen in der Schwebe zu halten. Die größte Spannung erhält man, wenn man für die Ladung den kleinsten möglichen Wert einsetzt. Das ist genau eine Elementarladung, da das die eines nichtteilbaren Elektrons ist.
Der Radius ist mit maximal 0,5 µm vorgegeben. Er steht in der Gleichung über dem Bruchstrich und bestimmt damit ebenfalls die maximale Spannung.
Nun können die gegebenen Größen eingesetzt und die maximale Spannung berechnet werden.

$$U = \frac{4 \cdot \pi \cdot \left(0{,}5 \cdot 10^{-6}\right)^3 \cdot 880 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{-3} m}{3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C}$$

$U = 84{,}6\,V$

Damit die Tröpfchen schweben können, muss die Spannung im Bereich von 0 V bis 85 V einstellbar sein.

b) Der Schwebezustand lässt sich schwer einstellen. Die Tröpfchen sind so klein, dass sich die Brownsche Bewegung bemerkbar macht. Durch die Stöße der Luftmoleküle sind die Tröpfchen praktisch nicht zur Ruhe zu bringen.

c) Die Ladung des Tröpfchens lässt sich aus dem Schwebezustand ableiten. Es gilt das in a) angegebene Kräftegleichgewicht

$$\frac{U \cdot Q}{d} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g}{3}$$

Diese Gleichung nach der gesuchten Ladung umgestellt ergibt:

$$Q = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g \cdot d}{3 \cdot U}$$

Leider fehlt in der Gleichung noch der Radius.
Dieser lässt sich aus dem Sinken des Tröpfchens bestimmen. Da das Öl mit konstanter Geschwindigkeit sinkt, ist die Summe aller Kräfte Null. Denn nach dem Trägheitsgesetz bewegt sich ein Körper nur gleichförmig, wenn auf ihn keine Kraft wirkt.
Die elektrische Kraft ist weg. Dafür ist die Reibungskraft mit der Luft dazugekommen. Auf das Tröpfchen wirken jetzt nach unten die Gewichtskraft und die Reibungskraft nach oben. (Die Reibungskraft wirkt immer entgegen der Bewegung.) Beide Kräfte sind gleich groß, heben sich also auf.

$$F_R = F_G$$

Die Gewichtskraft wurde bereits in a) hergeleitet. Die Reibungskraft ergibt sich aus dem Gesetz von Stokes.

$$6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_0 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot \rho \cdot g$$

$$6 \cdot \eta \cdot v_0 = \frac{4}{3} \cdot r^2 \cdot \rho \cdot g$$

$$r = \sqrt{\frac{18 \cdot \eta \cdot v_0}{4 \cdot \rho \cdot g}}$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_0}{2 \cdot \rho \cdot g}}$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot 1{,}83 \cdot 10^{-5} \frac{N \cdot s}{m^2} \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-5} \frac{m}{s}}{2 \cdot 880 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}}}$$

$$r = 4{,}98 \cdot 10^{-7}\,m$$

$$r = 0{,}5\,\mu m$$

Damit kann die Ladung berechnet werden:

$$Q = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g \cdot d}{3 \cdot U}$$

$$Q = \frac{4 \cdot \pi \cdot \left(4{,}98 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}\right)^3 \cdot 880\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{3 \cdot 42\,\mathrm{V}}$$

$$Q = 3{,}19 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

$$Q = 2e$$

Das Tröpfchen trägt die doppelte Elementarladung.

191.

geg.:	$d = 5{,}0\,\mathrm{mm}$ $r = 9{,}0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{mm}$ $\rho = 0{,}90\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ $Q = 5 \cdot e$	ges.:	U
Lösung:	Da das Öltröpfchen zwischen den Kondensatorplatten schwebt, befindet es sich im kräftefreien Zustand, das heißt, die Summe aller Kräfte auf das Tröpfchen ist Null. Auf das Öltröpfchen wirken zwei Kräfte, die vom Betrag her gleich groß sind: die Gewichtskraft und die Kraft des elektrischen Feldes.		
	$F_G = F_{el}$ $m \cdot g = E \cdot Q$ $m \cdot g = \frac{U \cdot Q}{d}$ $\rho \cdot V \cdot g = \frac{U \cdot Q}{d}$ $\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g = \frac{U \cdot Q}{d}$ $U = \frac{\rho \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot d \cdot g}{3 \cdot Q}$ $U = \frac{0{,}9 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot \left(9{,}0 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}\right)^3 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}}{3 \cdot 5 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}$ $U = 168{,}3\,\mathrm{V}$		Es gilt: $E = \frac{U}{d}$ $m = \rho \cdot V$ $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
Antwort:	Die Spannung beträgt 168,3 V.		