Aufgaben zur Quantenphysik

187. In einem Nachtsichtgerät wird eine Fotozelle aus der Legierung AgCsO verwendet, das eine Austrittsarbeit von 1,04 eV hat.
a) Ab welcher Wellenlänge werden beim Bestrahlen mit Licht aus der Legierung Elektronen herausgelöst.
b) Aus welchem Lichtwellenbereich stammt dieses Licht?

Nun wird die Fotozelle mit rotem Licht der Wellenlänge 680 nm bestrahlt.
c) Beschreiben Sie, wie sich die Energie der Lichtquanten beim Auftreffen auf die Fotozelle verteilt.
d) Mit welcher Geschwindigkeit verlassen die Elektronen jetzt die Katode.

93. (Prüfung 1998/1999)
Die mit Barium beschichtete Katode einer Vakuum-Fotozelle wird mit monochromatischem Licht der Wellenlänge 397 nm bestrahlt.
a) Wenden Sie den Energieerhaltungssatz auf diesen Vorgang an und leiten Sie daraus eine Gleichung zur Berechnung des Planckschen Wirkungsquantums her.
b) Die Fotoelektronen verlassen mit der kinetischen Energie $9{,}66 \cdot 10^{-20}$ J die Katodenoberfläche. Anschließend werden sie im elektrischen Feld zwischen Katode und Anode auf die Geschwindigkeit Null abgebremst. Berechnen Sie die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen und die zwischen Katode und Anode mindestens anzulegende Spannung.
c) Die Katode wird jetzt mit Licht größerer Wellenlänge bestrahlt. Ermitteln Sie die Grenzwellenlänge des eingestrahlten Lichtes, ab der keine Fotoelektronen mehr emittiert werden. $W_A(Ba)=2{,}52$ eV
d) Stellen Sie die Abhängigkeit der kinetischen Energie emittierter Elektronen von der Frequenz des eingestrahlten Lichtes grafisch dar und interpretieren Sie diesen Zusammenhang.

92. (Prüfung 1998/1999)
Der Mensch kann gelbes Licht der Frequenz $5{,}08 \cdot 10^{14}$ Hz mit bloßem Auge noch wahrnehmen, wenn die Lichtleistung mindestens $1{,}7 \cdot 10^{-18}$ W beträgt. Berechnen Sie die Anzahl der Photonen, die hierbei je Minute auf die Netzhaut des menschlichen Auges gelangen

183. Elektronen werden durch die Spannung 1,0 kV beschleunigt und senkrecht auf einen Doppelspalt mit dem Spaltabstand 10 µm gerichtet. Auf einem 1,0 m hinter dem Doppelspalt angeordneten Schirm (parallel zum Doppelspalt) beobachtet man Interferenzstreifen. Berechnen Sie die De-Broglie-Wellenlänge der Elektronen und den Abstand, der zwischen zwei benachbarten Interferenzstreifen beobachtet wird.

Lösungen
187. a) Wenn das Photon auf das Material trifft, muss es soviel Energie besitzen, dass es gerade die Austrittsarbeit verrichten kann. Die Energie des Photons ist

$$E_{Ph} = h \cdot f$$

Die Frequenz ist die des gesuchten Lichtes und hängt mit der Wellenlänge über die Lichtgeschwindigkeit zusammen:

$$c = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

und eingesetzt:

$$E_{Ph} = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Nach der gesuchten Wellenlänge umgestellt:

$$\lambda = h \cdot \frac{c}{E_{Ph}}$$

Damit kann die gesuchte Wellenlänge berechnet werden. Zuvor muss die gegebene Austrittsarbeit noch in Joule umgerechnet werden:

$$E = 1{,}04\,\mathrm{eV} = 1{,}04 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = 1{,}666 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

$$\lambda = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{s} \cdot \frac{2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1{,}666 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}$$

$$\lambda = 1{,}19 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}$$

b) Das ist Licht aus dem infraroten Bereich. (eben Nachtsichtgerät)

c) Wenn das Photon auf die Fotozelle trifft, wird es vernichtet und gibt seine gesamte Energie an ein Elektron ab. Ein Teil der Energie wird zum Herauslösen des Elektrons aus dem Metall verwendet. der Rest dient dann dazu, das Elektron zu beschleunigen.

d) Die Geschwindigkeit der Elektronen lässt sich über die kinetische Energie bestimmen, mit der sie nach dem Herauslösen die Metalloberfläche verlassen. Dazu wird wieder die Energiebetrachtung herangezogen:

$$E_{Ph} = W_A + E_{kin}$$

Die kinetische Energie ist

$$E_{kin} = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

Da steckt nun auch die gesuchte Geschwindigkeit drin. Also Einsetzen und Umstellen:

$$E_{kin} = E_{Ph} - W_A$$

$$\frac{m}{2} \cdot v^2 = E_{Ph} - W_A$$

$$v^2 = \frac{2}{m} \cdot E_{Ph} - W_A$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (E_{Ph} - W_A)}{m}}$$

Die Photonenenergie erhält man aus der gegebenen Wellenlänge des roten Lichtes:

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot(h\cdot f-W_A)}{m}}$$

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot\left(h\cdot\frac{c}{\lambda}-W_A\right)}{m}}$$

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot\left(6{,}626\cdot10^{-34}\,Js\cdot\frac{2{,}998\cdot10^{8}\,\frac{m}{s}}{680\cdot10^{-9}\,m}-1{,}666\cdot10^{-19}\,J\right)}{9{,}109\cdot10^{-31}\,kg}}$$

$$v=524\,990\,\frac{m}{s}$$

$$v=525\,\frac{km}{s}$$

Die Elektronen verlassen die Katode mit 525 km/s.

93.

geg.:	$E_{kin} = 9{,}66 \cdot 10^{-20}\,J$ $W_A = 2{,}52\,eV$	ges.:	b) v, U c) λ

Lösung:

a) Die Photonen treffen auf das Metall und lösen Elektronen heraus. Dazu ist die Austrittsarbeit notwendig. Die restliche Energie wird zum Beschleunigen der Elektronen eingesetzt.
Energie der Photonen E_{ph}, Austrittsarbeit W_A, kin. Energie der Elektronen E_{kin}

$$E_{Ph} = W_A + E_{kin}$$
$$h \cdot f = W_A + E_{kin}$$
$$h = \frac{W_A + E_{kin}}{f}$$

b) Geschwindigkeit:	Einheiten:
$E_{kin} = \frac{m}{2} \cdot v^2$ $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}}$ $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}66 \cdot 10^{-20}\,J}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\,kg}}$ $v = 460 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$	$[v] = \sqrt{\frac{J}{kg}}$ $[v] = \sqrt{\frac{Nm}{kg}}$ $[v] = \sqrt{\frac{kg\,m\,m}{kg\,s^2}}$ $[v] = \sqrt{\frac{m^2}{s^2}}$
Spannung Die Elektronen auf Null abgebremst, wenn die Energie des elektrischen Feldes gleich ihrer kinetischen Energie ist: $e \cdot U = E_{kin}$ $U = \frac{E_{kin}}{e}$ $U = 0{,}603\,V$	Einheiten: $[U] = \frac{J}{C}$ $[U] = \frac{Ws}{As}$ $[U] = \frac{VA}{A}$

c) Bei der gesuchten Wellenlänge wird keinem Elektron eine kinetische Energie übertragen, sondern die gesamte Energie des Photons wird gerade für die Ablösearbeit verwendet.

$$h \cdot f = W_A$$
$$f = \frac{W_A}{h}$$
$$f = \frac{4{,}038 \cdot 10^{-19}\,J}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js}$$
$$f = 6{,}09 \cdot 10^{14}\,Hz$$
$$\lambda = 492\,nm$$

d) Einstein-Kurve, Punkte: Energie = -2,52eV, Frequenz = 0 Hz; Energie = 0eV, Frequenz = Grenzfrequenz
linearer Zusammenhang zwischen beiden Größen
Werden Photonen mit einer Frequenz größer der Grenzfrequenz benutzt, besitzen die heraus gelösten Elektronen die entsprechende Energie, die an der Energieachse abzulesen ist.

92.

geg.:	$f = 5{,}08 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$ $P = 1{,}70 \cdot 10^{-18}\,\text{W}$ $t = 60\,\text{s}$	ges.:	n
Lösung:	Die Leistung ist die einfallende Energie je Zeit. Jedes Photon hat eine Energie hf. $P = \frac{E}{t}$ $P = \frac{n \cdot h \cdot f}{t}$ $n = \frac{P \cdot t}{h \cdot f}$ $n = \frac{1{,}70 \cdot 10^{-18}\,\text{W} \cdot 60\,\text{s}}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 5{,}08 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}}$ $n = 303$ Einheiten: $[n] = 1 \frac{\text{W} \cdot \text{s}}{\text{J} \cdot \text{s} \cdot \text{Hz}}$ $[n] = 1 \frac{\text{J}}{\text{J} \cdot \text{s} \cdot \text{s}^{-1}}$ $[n] = 1$		
Antwort:	Es müssen mindestens 303 Photonen in einer Minute auf das Auge treffen.		

183. Die de-Broglie-Wellenlänge berechnet sich nach der bekannten Gleichung:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

Die Geschwindigkeit berechnet sich über den Energieerhaltungssatz. Die kinetische Energie der Elektronen ist nach dem Durchlaufen der Beschleunigungsspannung gleich der Energie des elektrischen Feldes:

$$e \cdot U = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}$$

$$v = 18{,}76 \cdot 10^6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

und eingesetzt:

$$\lambda=\frac{h}{m\cdot\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U}{m}}}$$

$$\lambda^2=\frac{h^2}{m^2\cdot\frac{2\cdot e\cdot U}{m}}$$

$$\lambda^2=\frac{h^2}{m\cdot 2\cdot e\cdot U}$$

$$\lambda=\frac{h}{\sqrt{m\cdot 2\cdot e\cdot U}}$$

$$\lambda=3{,}9\cdot 10^{-11}\,m$$

Damit lässt sich der Abstand der Interferenzstreifen berechnen:

$$\frac{k\cdot\lambda}{b}=\frac{s}{e}$$

$$s=\frac{k\cdot\lambda\cdot e}{b}$$

Da der Abstand zwischen zwei Interferenzstreifen gesucht ist, kann k=1 gesetzt werden.

$$s=\frac{3{,}9\cdot 10^{-11}\,m\cdot 1m}{10\cdot 10^{-6}\,m}$$

$$s=3{,}9\cdot 10^{-6}\,m$$

$$s=3{,}9\mu m$$