

Aufgaben zum radioaktiven Zerfall

1. Geben Sie für folgende Umwandlungen die Kernreaktionsgleichungen an:
Si-31 in P-31, U-238 in Th-234, Na-22 in Ne-22, Co-60 in Ni-60.

2. Zur Untersuchung eines radioaktiven Präparates wurden die Impulsraten zu verschiedenen Zeiten ermittelt und daraufhin die Anzahl N der jeweils noch nicht zerfallenen Kerne berechnet. Es ergab sich folgende Messreihe:

t in h	6	12	24	36	48	96	144
N	$3,04 \cdot 10^{21}$	$8,26 \cdot 10^{20}$	$7,64 \cdot 10^{19}$	$6,34 \cdot 10^{18}$	$1,00 \cdot 10^{18}$	$6,34 \cdot 10^{13}$	$1,25 \cdot 10^{10}$

a) Stellen Sie den natürlichen Logarithmus von N als Funktion der Zeit graphisch dar und ermitteln Sie die zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandene Anzahl von Kernen.

b) Berechnen Sie die Halbwertszeit für den dargestellten Zerfallsvorgang.

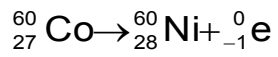
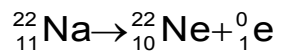
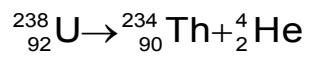
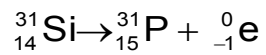
3. Archäologen finden bei Ausgrabungen Holzkohlenreste. Diese Kohlestückchen lassen sie nach der C-14-Methode datieren. Bei der Altersbestimmung wird die Aktivität dieser alten Probe mit der Aktivität einer frischen Holzkohlenprobe (Referenzprobe) verglichen. Das Ergebnis: Die alte Probe weist eine Aktivität von 21,2 Zerfällen pro Minute auf. Die Referenzprobe weist eine Aktivität von 32,3 Zerfällen pro Minute auf. Berechnen Sie das Alter der gefundenen Holzkohlenprobe. (C-14 hat eine Halbwertszeit von 5730 Jahren).

4. Die Halbwertszeit von U-238 beträgt $4,5 \cdot 10^9$ Jahre. Wie viele Kerne zerfallen pro Sekunde in einem Kilogramm? Atommasse U-238: 238,0508 u

5. 1g Ra-226 sendet in einer Sekunde $3,7 \cdot 10^{10}$ Alpha-Teilchen aus. Berechnen Sie daraus die Halbwertszeit und die Zerfallskonstante von Ra-226. Atommasse Ra-226 = 226,0254 u

Lösungen:

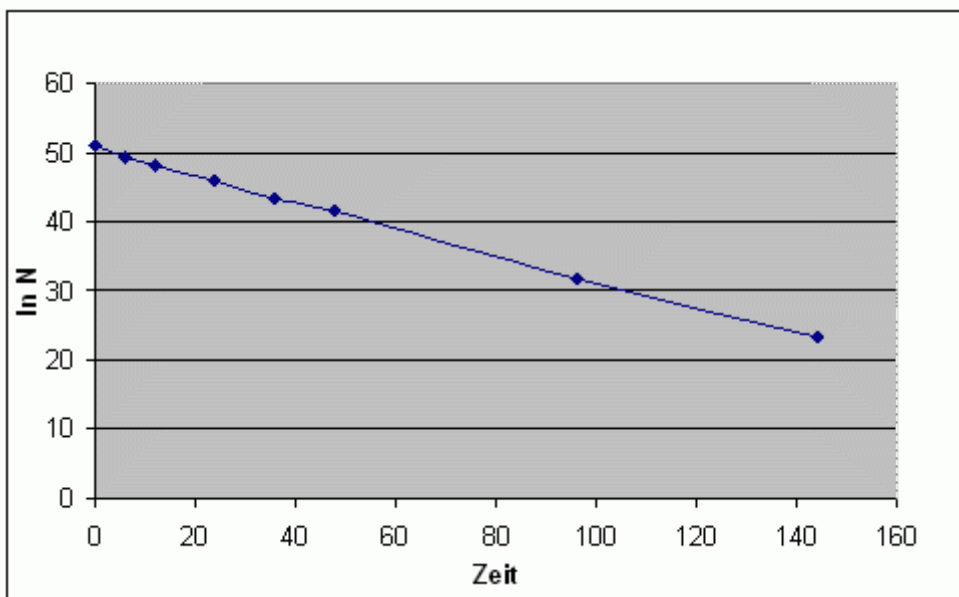
1.



2.

a)

t in h	6	12	24	36	48	96	144
N	$3,04 \cdot 10^{21}$	$8,26 \cdot 10^{20}$	$7,64 \cdot 10^{19}$	$6,34 \cdot 10^{18}$	$1,00 \cdot 10^{18}$	$6,34 \cdot 10^{13}$	$1,25 \cdot 10^{10}$
ln N	49,5	48,2	45,8	43,3	41,5	31,8	23,2



$$\ln N_0 = 51$$

$$N_0 = 1,4 \cdot 10^{22}$$

geg.:	$N_0 = 1,4 \cdot 10^{22}$ $N = 3,04 \cdot 10^{21}$ $t = 6\text{h}$	ges.:	$T_{1/2}$
Lösung:	<p>Für die Anzahl der noch vorhandenen Kerne gilt:</p> $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ <p>Mit</p> $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ <p>wird daraus:</p> $N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}}$ $N(t) = N_0 \cdot e^{\ln 2 \cdot \left(-\frac{t}{T_{1/2}}\right)}$ $N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$ <p>Diese Gleichung muss nach der Halbwertszeit umgestellt werden:</p> $\frac{N(t)}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$ $\ln \frac{N(t)}{N_0} = \ln 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$ $\ln \frac{N(t)}{N_0} = -\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \ln 2$ $T_{1/2} = -\frac{t \cdot \ln 2}{\ln \frac{N(t)}{N_0}}$ $T_{1/2} = -\frac{6\text{h} \cdot \ln 2}{\ln \frac{3,04 \cdot 10^{21}}{1,4 \cdot 10^{22}}}$ $T_{1/2} = 2,7\text{h}$ <p>Berechnet man für alle Messwerte die Halbwertszeit, erhält man als Mittelwert 3,2 h,</p>		
Antwort:	Die Halbwertszeit beträgt 3,2 h.		

3.

geg.:	$A(t) = 21,2 \text{ min}^{-1}$ $A_0 = 32,3 \text{ min}^{-1}$ $T_{\frac{1}{2}} = 5730 \text{ a}$	ges.:	t
Lösung:	<p>Die Aktivität der Probe verändert sich nach der Beziehung</p> $A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ <p>Die Zerfallskonstante ist:</p> $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}}$ <p>Eingesetzt:</p> $A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{\frac{1}{2}}}}$ $A(t) = A_0 \cdot e^{\ln 2 \cdot \left(-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}\right)}$ $A(t) = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$ <p>Diese Gleichung muss nach t umgestellt werden:</p> $\frac{A(t)}{A_0} = 2^{-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$ $\ln \frac{A(t)}{A_0} = \ln 2^{-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$ $\ln \frac{A(t)}{A_0} = -\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \cdot \ln 2$ $t = -\frac{\ln \frac{A(t)}{A_0}}{\ln 2} \cdot T_{\frac{1}{2}}$ <p>Jetzt können die Werte eingesetzt werden:</p> $t = -\frac{\ln \frac{21,2 \text{ min}^{-1}}{32,3 \text{ min}^{-1}}}{\ln 2} \cdot 5730 \text{ a}$ $t = 3480,8 \text{ a}$		
Antwort:	Die Holzkohle ist rund 3500 Jahre alt.		

4.

geg.:	$T_{\frac{1}{2}} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ a}$ $t = 1 \text{ s}$ $m = 1 \text{ kg}$ $A_r = 238,0508 \text{ u}$	ges.:	A
Lösung:	<p>Die Anzahl der pro Sekunde zerfallenden Teilchen wird durch die Aktivität beschrieben:</p> $A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$ <p>oder</p> $A = \lambda \cdot N$ $A = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} \cdot N$ <p>Wie groß ist die Anzahl der Kerne in einem Kilogramm Uran-238? Dazu muss man wissen, welche Masse ein einzelner Atomkern hat.</p> $m_U = A_r \cdot u$ $m_U = 238,0508 \cdot 1,660540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $m_u = 3,953 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ <p>Damit kann man die Teilchenanzahl berechnen:</p> $N = \frac{m}{m_u}$ $N = \frac{1 \text{ kg}}{3,953 \cdot 10^{-25} \text{ kg}}$ $N = 2,53 \cdot 10^{24}$ <p>Mit diesem Wissen läßt sich die Ausgangsfrage beantworten:</p> $A = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} \cdot N$ $A = \frac{\ln 2}{4,5 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot 2,53 \cdot 10^{24}$ $A = 12,36 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$		
Antwort:	In einer Sekunde zerfallen ungefähr 12,36 Millionen Teilchen.		

5.

geg.:	$m = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ $t = 1 \text{ s}$ $\Delta N = 3,7 \cdot 10^{10}$	ges.:	$t_{1/2}$ λ
Lösung:	<p>1. Wie viele Teilchen sind in 1 g Ra-226 enthalten? Die Atommasse von Ra-226 beträgt 226,0254 u $M = 226,0254 \cdot u$</p> $N = \frac{m}{M}$ $N = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{226,0254 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}$ $N_0 = 2,66 \cdot 10^{21}$ <p>Das ist die Startzahl der Teilchen.</p> <p>2. Zerfallskonstante Es gilt: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$</p> <p>und $N = N_0 \cdot \Delta N$</p> <p>Gleichsetzen und nach der Zerfallskonstante umstellen:</p> $N_0 - \Delta N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad : N_0$ $1 - \frac{\Delta N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t} \quad \ln$ $\ln\left(1 - \frac{\Delta N}{N_0}\right) = -\lambda \cdot t$ $\lambda = - \frac{\ln\left(1 - \frac{\Delta N}{N_0}\right)}{t}$ $\lambda = 1,391 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ <p>3. Damit kann die Halbwertszeit berechnet werden:</p> $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ $T_{1/2} = 4,98 \cdot 10^{10} \text{ s}$ $T_{1/2} = 1580 \text{ a}$		
Antwort:	Die Halbwertszeit beträgt 1580 Jahre.		