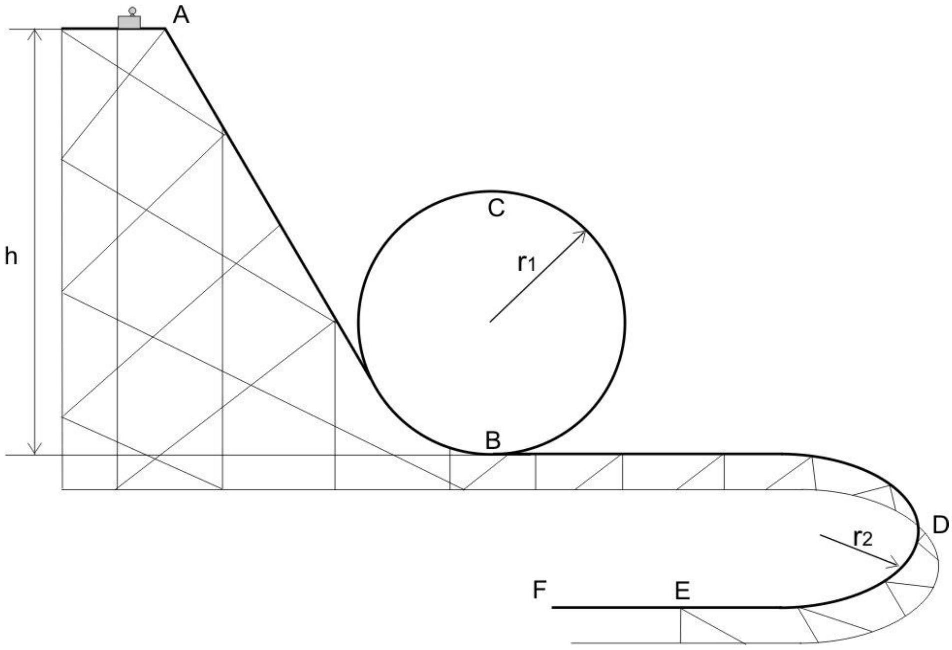
2. Klausur Physik Leistungskurs
26.11.2024
Dauer: 90 min
Hilfsmittel: Taschenrechner, IQB-Formelsammlung

1. E_1 ist der Energiebetrag, um einen PKW aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit v_1 zu beschleunigen. E_2 ist der Energiebetrag, um den PKW von v_1 auf $v_2 = 2 \cdot v_1$ zu beschleunigen. In welchem Verhältnis $\frac{E_1}{E_2}$ stehen die Energiebeträge? (1)

a) $\frac{2}{1}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{1}$ e) $\frac{1}{3}$

2. Die Abbildung zeigt den schematischen Aufbau einer Achterbahn aus Looping und waagerechtem Halbkreis. Für die folgenden Aufgaben werden alle Reibungseinflüsse vernachlässigt.



a) Im Punkt C muss aus Sicherheitsgründen die Geschwindigkeit **50% über der nötigen Mindestgeschwindigkeit** liegen. Zeigen Sie, dass dann die Gleichung

$$v_C = \sqrt{\frac{9}{4} \cdot g \cdot r_1}$$

gilt. (5)

b) Im Punkt A hat der Wagen eine Geschwindigkeit von $1{,}0\,\frac{m}{s}$, die sich auf $24\,\frac{m}{s}$ im Punkt B steigert. Berechnen Sie die Höhe, aus der der Wagen gestartet ist? (3)

c) Zeigen Sie durch Berechnungen, dass der Looping einen Radius von 9,4 m hat.(5)

Bitte wenden.

d) Im Wagen sitzt eine Person mit einer Masse von 70 kg. Berechnen Sie die Kraft, mit der sie während der Fahrt durch den Looping **maximal** in den Sitz gepresst? (4)

e) Zeigen Sie, dass diese Kraft **unabhängig vom Radius** des Looping ist, wenn er im oberen Teil wieder mit 150% der Mindestgeschwindigkeit durchfahren werden soll. (4)

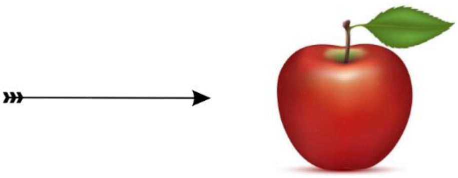
f) Auf der Strecke von E nach F wird der Wagen gleichmäßig zum Stillstand abgebremst. Zwei Sekunden nach dem Beginn der Bremsung beträgt die Geschwindigkeit immerhin noch $16\frac{m}{s}$.

Zeichen Sie für den gesamten Bremsvorgang das v(t)-Diagramm. (4)

g) Bestimmen Sie mit Hilfe des Diagramms den **Bremsweg** bis zum Stillstand. (3)

h) Welche **Bremskraft** spürt der Fahrgast während des Abbremsens? (2)

3. Ein Pfeil (m_P = 40 g) wird mit einem Bogen über eine Strecke von 24 cm mit einer konstanten Kraft F = 600 N horizontal beschleunigt. Der Pfeil fliegt ohne Reibungsverlust und trifft nach 30 Metern einen Apfel (300 g), in welchem er stecken bleibt.



a) Mit welcher Geschwindigkeit verlässt der Pfeil den Bogen? (4)

b) Mit welcher Geschwindigkeit bewegen sich Apfel und Pfeil gemeinsam weiter? (4)

Lösungen

1. e) $\frac{1}{3}$

Zum Beschleunigen des Fahrzeuges ist Beschleunigungsarbeit zu leisten. Dafür wird die Energie E benötigt.

Die Beschleunigungsarbeit berechnet sich nach

$W_{B1} = \frac{m}{2} \cdot v^2$, wenn die Beschleunigung aus dem Stand erfolgt. Wenn schon von einer vorhandenen Geschwindigkeit weiter beschleunigt werden soll, gilt

$$W_{B2} = \frac{m}{2} \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

Ersetzt man in der letzten Gleichung die Endgeschwindigkeit v_2 durch $2 \cdot v_1$, erhält man

$$W_{B2} = \frac{m}{2} \cdot (4 \cdot v_1^2 - v_1^2)$$

In der Klammer bleibt dann

$$W_{B2} = \frac{m}{2} \cdot (3 \cdot v_1^2)$$

übrig. Und das ist drei Mal so viel wie für die Beschleunigung auf die erste Geschwindigkeit.

2.

a) Als erstes muss gefragt werden, wie groß die Mindestgeschwindigkeit im Punkt C ist. Das ist die Geschwindigkeit, bei der der Wagen gerade noch so durch den oberen Punkt des Loopings kommt.

Im oberen Punkt wirkt wie überall die Gewichtskraft nach unten. Damit er dort nicht herunterfällt, muss eine Kraft in die entgegengesetzte Richtung wirken, die mindestens genau so groß ist. Diese Kraft wird durch die Fliehkraft aufgebracht, die hier als Trägheitskraft radial nach außen wirkt.

Es gilt als für den Minimalfall:

$$F_G = F_F$$

$$m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r_1}$$

$$g = \frac{v^2}{r_1}$$

$$v = \sqrt{g \cdot r_1}$$

Wie man sieht, hängt die Geschwindigkeit nicht von der Masse ab. Deshalb darf auch jeder Achterbahn fahren!

Die geforderte Geschwindigkeit soll nun um 50% größer sein als die Minimalgeschwindigkeit:

$$v = 1{,}5 \cdot \sqrt{g \cdot r_1}$$

Das kann durch geschickte Umformungen in die gewünschte Form gebracht werden:

$$v_C = \frac{15}{10} \cdot \sqrt{g \cdot r_1}$$

$$v_C = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{g \cdot r_1}$$

$$v_C = \sqrt{\frac{9}{4}} \cdot \sqrt{g \cdot r_1}$$

$$v_C = \sqrt{\frac{9}{4} \cdot g \cdot r_1}$$

b) Da die Reibung vernachlässigt wird, ist die Energieumwandlung so, dass aus der potenziellen und kinetischen Energie im Punkt A kinetische Energie im Punkt B gemacht wird:

$$E_{kin,A} + E_{pot,A} = E_{kin,B}$$

$$\frac{m}{2} \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{m}{2} \cdot v_B^2$$

Wie man sieht, fliegt die Masse wie so oft raus.

$$\frac{1}{2} \cdot v_A^2 + g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v_B^2$$

Das h ist die gesuchte Größe, nach der die Gleichung umgestellt wird:

$$g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 \frac{1}{2} \cdot v_A^2$$

$$h = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2 \cdot g}$$

$$h = \frac{\left(24\frac{m}{s}\right)^2 - \left(1\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}$$

$$h = 29{,}3\,m$$

c) Der gesuchte Radius kann auch über den Energieansatz bestimmt werden. Die kinetische Energie im Punkt B wird in potenzielle Energie im Punkt C umgewandelt. Da im Punkt C aber eine bestimmte Geschwindigkeit notwendig ist, besitzt der Wagen da auch noch kinetische Energie.

$$E_{kin,B} + = E_{pot,C} + E_{kin,C}$$

$$\frac{m}{2} \cdot v_B^2 = m \cdot g \cdot h + \frac{m}{2} \cdot v_C^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_B^2 = g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v_C^2$$

Die Höhe h ist der doppelte Radius des Looping:

$$h = 2 \cdot r_1$$

Die Geschwindigkeit im Punkt C wurde bereits im Aufgabenteil a) berechnet:

$$v_C = \sqrt{\frac{9}{4} \cdot g \cdot r_1}$$

Damit heißt die Gleichung nun:

$$\frac{1}{2} \cdot v_B^2 = g \cdot 2 \cdot r_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{4} g \cdot r_1$$

und muss nach dem gesuchten Radius umgestellt werden:

$$\frac{1}{2} \cdot v_B^2 = r_1 \cdot \left(g \cdot 2 + \frac{9}{8} g \right)$$

Der Ausdruck in der Klammer liefert

$$2g + \frac{9}{8} g$$

$$\frac{16}{8} g + \frac{9}{8} g$$

$$\frac{25}{8} g$$

Damit heißt die Gleichung

$$\frac{1}{2} \cdot v_B^2 = r_1 \cdot \frac{25}{8} g$$

$$v_B^2 = r_1 \cdot \frac{25}{4} g$$

$$r_1 = \frac{4 \cdot v_B^2}{25 \cdot g}$$

$$r_1 = \frac{4 \cdot \left(24 \frac{m}{s} \right)^2}{25 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}}$$

$$r_1 = 9{,}4\,m$$

d) Man muss zuerst fragen, an welcher Stelle der Fahrer die größte Kraft spürt? Das ist eindeutig im Punkt B. Während der gesamten Fahrt spürt er natürlich seine Gewichtskraft. Im Looping kommt die Fliehkraft dazu. Sie wirkt im Punkt B genau in Richtung der Schwerkraft und addiert sich zu dieser. Gleichzeitig ist dort die Geschwindigkeit am größten, so dass auch die Fliehkraft einen Maximalwert erreicht.

Im Punkt B gilt:

$$F = F_G + F_F$$

$$F = m \cdot g + \frac{m \cdot v_B^2}{r}$$

$$F = 70\,kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} + \frac{70kg \cdot \left(24\frac{m}{s}\right)^2}{9{,}4\,m}$$

$$F = 686{,}7\,N + 4290\,N$$

$$F = 4977\,N$$

Das sind rund 5 kN und das etwa 7,25 fache der Gewichtskraft der Person.

Das ist sehr viel und bedeutet eine hohe Belastung. Aus diesem Grund werden schon lange keine Kreisloopings mehr gebaut. Die Form eines Loopings ist heute ein Klothoid.

e) In die Gleichung für die Kraft wird die Geschwindigkeit im Punkt B durch eine entsprechende Gleichung ersetzt. Wie schon hergeleitet, gilt:

$$v_B^2 = r_1 \cdot \frac{25}{4} g$$

Das wird in die Kraftgleichung eingesetzt:

$$F = m \cdot g + \frac{m \cdot \frac{25}{4} \cdot g \cdot r}{r}$$

Wie zu sehen ist, kürzt sich der Radius einfach raus:

$$F = m \cdot g + \frac{25}{4} m \cdot g$$

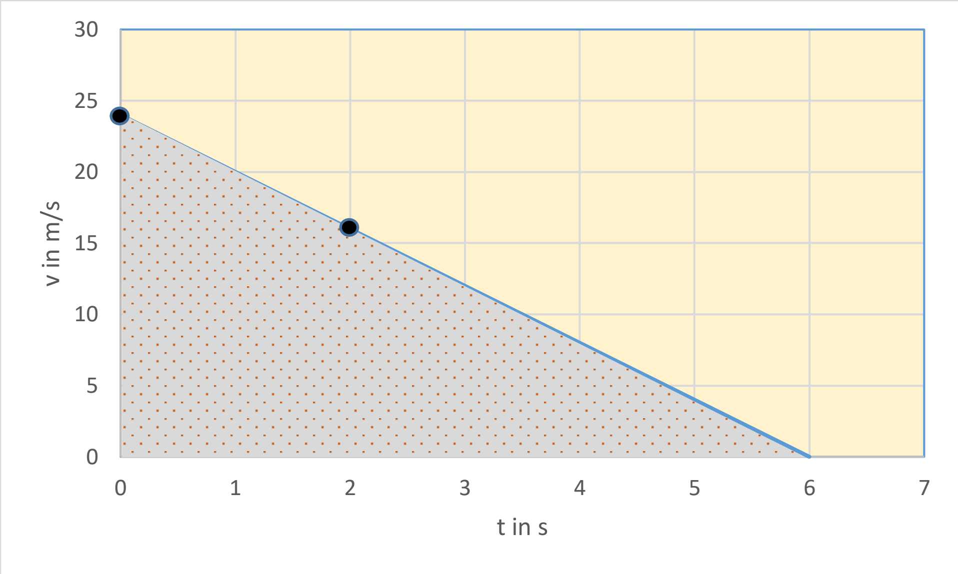
Damit kann man allgemein schreiben:

$$F = \frac{4}{4} m \cdot g + \frac{25}{4} m \cdot g$$

$$F = \frac{29}{4} m \cdot g$$

Das entspricht etwa dem 7,25 fachen der Gewichtskraft und das wurde vorhin schon berechnet.

f)



g) Die gesuchte Strecke entspricht der Fläche unter der Kurve, die hier eine dreieckige Form hat. Dieser Flächeninhalt muss berechnet werden:

$$s=\frac{1}{2}v\cdot t$$

$$s=\frac{1}{2}24\frac{m}{s}\cdot 6s$$

$$s=72m$$

h) Die Kraft ist nach dem Grundgesetz

$$F=m\cdot a$$

Die Beschleunigung ist

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Damit kann die Kraft berechnet werden:

$$F=m\cdot\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$F=70kg\cdot\frac{24\frac{m}{s}}{6s}$$

$$F=280N$$

3. **a)** Laut Aufgabenstellung ist die wirkende Kraft konstant 600 N. Das heißt, es liegt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung vor.

Die Beschleunigungsstrecke ist 24 cm = 0,24 m lang. Dafür gilt die Gleichung

$$s=\frac{a}{2}\cdot t^2$$

Die gesuchte Geschwindigkeit erhält, man über

$$v=a\cdot t$$

Ersetzt man in der letzten Gleichung die unbekannte Zeit mit der nach t umgestellten ersten Gleichung, erhält man

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

Die Beschleunigung kann über das Newtonsche Grundgesetz bestimmt:

$$F = m_P \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m_P}$$

Damit erhält man für die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot s}{m_P}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 600\,N \cdot 0{,}24\,m}{40 \cdot 10^{-3}\,kg}}$$

$$v = 85\,\frac{m}{s}$$

b) Nach dem Stoß haben beide Körper gemeinsam eine Geschwindigkeit v_G. Die Masse ist die Summe aus der Pfeilmasse und der Apfelmasse:

$$m_P \cdot v_P = \left(m_P + m_A\right) \cdot v_G$$

Damit kann die gesuchte Geschwindigkeit berechnet werden:

$$v_G = \frac{m_P \cdot v_P}{m_P + m_A}$$

$$v_G = \frac{40 \cdot 10^{-3}\,kg \cdot 85\,\frac{m}{s}}{40 \cdot 10^{-3}\,kg + 0{,}3\,kg}$$

$$v_G = 10{,}0\,\frac{m}{s}$$