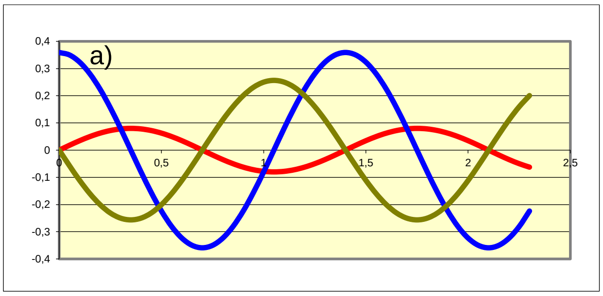
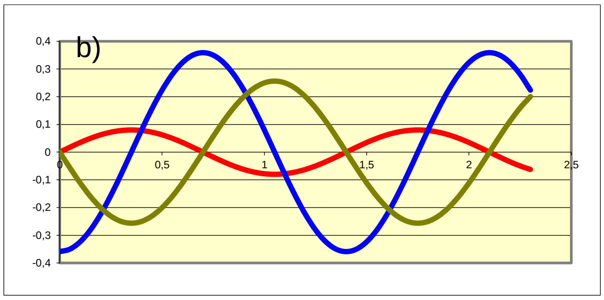
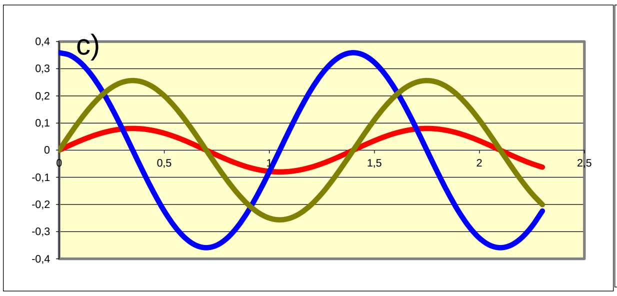
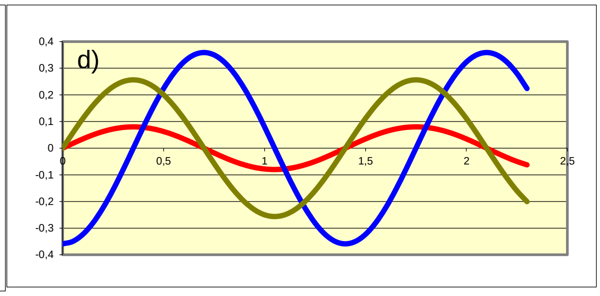
Kontrolle Physik-Leistungskurs Klasse 12
29.8.2025

1. Für die Bewegung eines harmonischen Schwingers wird die Elongation in Abhängigkeit der Zeit dargestellt. Gleichzeitig sind in dem Diagramm die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Schwingers eingezeichnet. Welches Diagramm stellt den Zusammenhang zwischen diesen drei Größen richtig dar? (Elongation: rot, Geschwindigkeit: blau, Beschleunigung: grün) (1)









2. Eine unbelastete Feder, deren Masse vernachlässigt werden kann, hat hängend eine Länge von 20,0 cm. Hängt man an die Feder einen Körper mit der Masse 200,0 g, so hat die Feder im Gleichgewichtszustand die Länge 44,8 cm.
Die Masse wird aus der Gleichgewichtslage um 5,0 cm nach unten gezogen, losgelassen und beginnt zu schwingen.

a) Zeigen Sie, dass die Feder eine Richtgröße von $7{,}9\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ hat. (3)

b) Zeigen Sie, dass die Schwingungsdauer des Pendelkörpers etwa 1 s beträgt. (2)

c) Berechnen Sie die Elongation des Pendelkörpers 0,9 s nach dem Beginn der Schwingung. (4)

d) Berechnen Sie die Kraft, mit der der Pendelkörper 0,9 s nach Beginn der Schwingung beschleunigt wird? (2)

e) Wie groß ist die maximale kinetische Energie des Pendelkörpers? (5)

f) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Pendelkörpers, wenn er sich 2 cm über der Gleichgewichtslage befindet? (4)

g) Während einer Schwingungsdauer nimmt die Amplitude durch Dämpfung um 10% ab.
Wie groß ist die Spannenergie in der Feder nach 3,0 s? (3)

Lösungen

1.

a) ist richtig.

Die Aufzeichnung der Schwingung beginnt in der Gleichgewichtslage des Pendels. Dort sind die Elongation 0 und die Geschwindigkeit am größten. Im weiteren Verlauf wird die Geschwindigkeit kleiner, das Pendel bremst als. Damit ist die Beschleunigung negativ. Damit fallen die Diagramm c) und d) weg.

Im ersten Viertel der Schwingung bewegt sich der Körper mit kleiner werdender Geschwindigkeit von der Ruhelage (Nullpunkt des Bezugssystems) weg. Der Abstand zum Nullpunkt wird also immer größer, so dass auch die Geschwindigkeit positiv sein muss. Es kann also nur das Diagramm a) richtig sein.

2.

a) Die Federkonstante ist das Verhältnis zwischen der nach unten ziehenden Kraft und der Längenänderung, die sich dadurch ergibt.

Wenn an die Feder das 200g Massestück angehängt werden, dehnt sie sich um 24,8 cm aus.

$$D = \frac{0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{0{,}248\,\mathrm{m}}$$

$$D = 7{,}9\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Das bedeutet, dass an die Feder eine Kraft von 7,9 N gehängt werden müssten, um sie einen Meter auszudehnen (falls sie das mitmacht)

Zur Beantwortung der Frage muss die Federkonstante D und der Abstand s von der Gleichgewichtslage nach 3 s bestimmt werden.

b) Als nächstes wird die Schwingungsdauer berechnet. Sie ist

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}2\,\mathrm{kg}}{7{,}9\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}}$$

$$T = 1{,}0\,\mathrm{s}$$

Das Pendel braucht also genau 1 Sekunde für eine komplette Schwingung.

c) Die Elongation einer Schwingung berechnet sich allgemein mit

$$y = y_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Dies gilt aber nur, wenn die Schwingung in der Gleichgewichtslage beginnt. Zum Zeitpunkt 0 s (Start) ist dann die Elongation 0.

Da die Schwingung aber im unteren Punkt beginnt, muss zu $\omega \cdot t$ ein zusätzlicher Phasenwinkel subtrahiert werden, damit zum Zeitpunkt 0 als Elongation genau die Amplitude ist. Dieser Phasenwinkel ist demnach eine viertel Schwingung oder $-\frac{\pi}{2}$.

Die Schwingungsgleichung für diesen konkreten Fall heißt demnach

$$y = y_{max} \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Damit kann die gesuchte Elongation berechnet werden. (Hinweis: der Taschenrechner muss auf Radiant gestellt werden)

$$y = 5\,cm \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{1s} \cdot 0{,}9\,s - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$y = -\,4\,cm$$

Es lässt sich aber auch die Cos-Funktion benutzen, nur eben ohne die Verschiebung um $-\frac{\pi}{2}$. Da sie unten beginnt, kommt noch ein Minus davor.

$$y = -\,5\,cm \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{1s} \cdot 0{,}9\,s\right)$$

$$y = -\,4\,cm$$

d) Die wirkende Kraft lässt sich aus dem linearen Kraftgesetz berechnen:

$$F = -D \cdot y$$

$$F = -7{,}9\,\frac{N}{m} \cdot 0{,}04\,m$$

$$F = -0{,}3\,N$$

e) Der Pendelkörper hat seine maximale kinetische Energie in dem Augenblick, wo er seine größte Geschwindigkeit hat. Das ist genau in der Gleichgewichtslage der Fall.
In der Gleichgewichtslage ist der Pendelkörper nach einer viertel Schwingung, also nach 0,25 s. Mit der Gleichung für die Geschwindigkeit einer harmonischen Schwingung lässt sich diese Geschwindigkeit berechnen:

$$v = y_{max} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Natürlich muss wieder berücksichtigt werden, dass die Schwingung nicht im Ruhepunkt anfängt, sondern bei der maximalen Auslenkung:

$$v = y_{max} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

Damit kann die max. Geschwindigkeit berechnet werden:

$$v = 5 \cdot 10^{-2}\,m \cdot 2\pi \cdot 1Hz \cdot \cos(2\pi \cdot 1Hz \cdot 0{,}25\,s + \frac{\pi}{2})$$

$$v = -\,0{,}314\,\frac{m}{s}$$

Das Minus besagt, dass der Geschwindigkeitsvektor von der Ruhelage weg zeigt.
Mit der Geschwindigkeit lässt sich über

$$E_{kin} = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

die gesuchte Energie berechnen:

$$E_{kin} = \frac{0{,}2\,kg}{2} \cdot \left(-0{,}314\,\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{kin} = 9{,}9 \cdot 10^{-3}\,J$$

f) 1. Lösung

Die Geschwindigkeit des Körpers berechnet sich mit

$$v = y_{max} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

Zu welcher Zeit hat sie einen Abstand von 2cm von der Ruhelage?
Die y(t)-Gleichung hilft uns weiter:

$$y = y_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

Die Gleichung muss nach der Zeit t umgestellt werden:

$$y = y_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{y}{y_{max}} = \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

$$\arcsin \frac{y}{y_{max}} = \omega \cdot t + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{y}{y_{max}} - \frac{\pi}{2} = \omega \cdot t$$

$$\frac{\arcsin \frac{y}{y_{max}} - \frac{\pi}{2}}{\omega} = t$$

$$t = 0{,}18\,s$$

Mit dieser Zeit geht man in die Geschwindigkeitsgleichung:

$$v = y_{max} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

$$v = 5 \cdot 10^{-2}\,m \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1Hz \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot 1Hz \cdot 0{,}18\,s + \frac{\pi}{s}\right)$$

$$v = 0{,}28 \frac{m}{s}$$

2. Lösung

Bei einer ungedämpften Schwingung ist die Summe der kinetischen Energie des Pendelkörpers und der Spannenergie der Feder immer gleich groß. In den Umkehrpunkten steckt die gesamte Energie in der Feder und in der Gleichgewichtslage in dem schwingenden Körper.

Die Energie einer gespannten Feder berechnet sich mit

$$F_{sp} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot y^2$$

D ist die oben berechnete Federkonstante und y die Ausdehnung der Feder im Bezug zur unbelasteten Feder. Hängt an der Feder kein Körper, speichert sie auch keine Energie, da y=0 ist.

Für die schwingende Feder gilt natürlich der Energieerhaltungssatz der Mechanik. Damit lassen sich folgende Aussagen machen:

1. Die maximale kinetische Energie ist so groß wie die maximale Spannenergie.
2. Die Summe aus kinetischer Energie und Spannenergie ist in jedem Moment der Schwingung so groß wie die max. Spannenergie.

Oder als Formel:

$$E_{kin,max} = E_{spann,max} = E_{kin} + E_{spann}$$

Damit kann die Geschwindigkeit in dem gesuchten Punkt berechnet werden:

$$E_{spann,max} = E_{kin} + E_{spann}$$

$$\frac{1}{2} \cdot D \cdot y_{max}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot y^2$$

v ist die gesuchte Geschwindigkeit, nach der umgestellt wird:

$$D \cdot y_{max}^2 = m \cdot v^2 + D \cdot y^2$$

$$m \cdot v^2 = D \cdot y^2 - D \cdot y_{max}^2$$

$$m \cdot v^2 = D \cdot \left(y^2 - y_{max}^2\right)$$

$$v^2 = \frac{D \cdot \left(y^2 - y_{max}^2\right)}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{D \cdot \left(y^2 - y_{max}^2\right)}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{7{,}9\frac{N}{m} \cdot ((0{,}05\,m)^2 - (0{,}02\,m)^2)}{0{,}2\,kg}}$$

$$v = 0{,}288\frac{m}{s}$$

$$v = 28{,}8\frac{cm}{s}$$

g) Die in einer Feder gespeicherte Spannenergie berechnet sich mit

$$E_{Sp} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$$

Die Amplitude der Schwingung ist zu Beginn 5 cm groß. Nach drei Sekunden hat das Pendel genau drei Schwingungen gemacht. Da die Amplitude nach jeder Schwingung um 10% abgenommen hat, ergeben sich für die ersten drei Schwingungen folgende Amplituden:

Nach 1 s: $y = 5\,cm \cdot 0{,}9 = 4{,}5\,cm$

Nach 2 s: $y = 4{,}5\,cm \cdot 0{,}9 = 4{,}05\,cm$

Nach 3 s: $y = 4{,}05\,cm \cdot 0{,}9 = 3{,}65\,cm$

Oder einfacher: Nach 3 s: $y = 5\,cm \cdot 0{,}9^3 = 3{,}65\,cm$

Da die Feder aber durch die angehängte Masse schon vorgespannt war, kommt diese Ausdehnung dazu:

$$y = 3{,}65\,cm + 24{,}8\,cm$$

$$y = 28{,}45\,cm$$

Damit kann nun die gespeicherte Energie in der Feder berechnet werden:

$$E_{Sp} = \frac{1}{2} \cdot 7{,}9\frac{N}{m} \cdot \left(28{,}45 \cdot 10^{-2}\,m\right)^2$$

$$E_{Sp} = 320 \cdot 10^{-3}\,Nm$$

$$E_{Sp} = 320\,mJ$$

$$E_{Sp} = 0{,}32\,J$$